

# Untersuchung zur Eignung eines robusten Filterentwurfs zur Inflight-Diagnose eines elektrohydraulischen Aktuators

Vom Fachbereich Maschinenbau

der Technischen Universität Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

D I S S E R T A T I O N

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Pierre-Yves Crepin

aus Lyon

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. W. Kubbat
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing R. Nordmann
Tag der Einreichung:	21.01.2003
Tag der mündlichen Prüfung:	06.05.2003

D 17

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Flugsysteme und Regelungstechnik der Technischen Universität Darmstadt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. W. J. Kubbat, dem Leiter des Fachgebiets, gilt mein besonderer Dank für die Anregung und die umfassende Unterstützung der Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann danke ich sehr herzlich für die Übernahme des Korreferats.

Auch dank der kollegialen Stimmung am Fachgebiet konnte diese Arbeit entstehen. Dafür bin ich allen sehr dankbar. Mein besonderer Dank gilt meinen Kollegen in der Arbeitsgruppe Aktuatorik, insbesondere Henning Imsieke, Volker van Lier und Markus Gottfried, für die fruchtbare Zusammenarbeit und die anregenden Diskussionen. Einen wertvollen Beitrag zu dieser Arbeit lieferte zudem einer meiner Studien- und Diplomarbeiter, Henri Barbier. Für sein Engagement danke ich ihm.

J'adresse enfin un remerciement particulier à mes parents, qui m'ont ouvert les portes des études supérieures et ont toujours soutenu mon aventure allemande. Nicht zuletzt danke ich Bettina sowohl für die fruchtbaren Diskussionen über das Thema der Arbeit, als auch für die Aufmunterungen und die Geduld, die sie mir, insbesondere in der Endphase, geschenkt hat.

Ich versichere an Eides statt, daß ich diese Arbeit mit Ausnahme der ausdrücklich erwähnten Hilfen selbstständig durchgeführt habe.

Stuttgart, im Januar 2003

*Ein Problem zeigt sich des Angriffs wert,  
Wenn es sich dagegen wehrt.*

Piet Hein

*Le progrès n'est pas nécessairement d'une nécessité métaphysique: on peut  
seulement dire que très probablement l'expérience finira par éliminer les fausses  
solutions et par se dégager des impasses. Mais à quel prix, par combien de détours?*

Claude Merleau-Ponty

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>iii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Fehlerdiagnose an Luftfahrtaktuatoren . . . . .	2
1.2 Fragestellung zur Methodik . . . . .	4
1.3 Aufbau der Arbeit . . . . .	6
<b>2 Grundlagen der robusten Filterung</b>	<b>8</b>
2.1 Motivation und Grundidee des robusten Filters . . . . .	9
2.2 Grundbegriffe . . . . .	10
2.2.1 Linear Fractional Transformation . . . . .	10
2.2.2 Satz der kleinen Verstärkung . . . . .	11
2.2.3 Verstärkung eines Mehrgrößensystems . . . . .	11
2.3 Modellstruktur . . . . .	12
2.3.1 Parametrische Unsicherheit . . . . .	14
2.3.2 Dynamische Unsicherheit . . . . .	15
2.3.3 Verallgemeinerter Modellfehler . . . . .	17
2.4 Performanceanforderungen . . . . .	18
2.4.1 Spezifikation der Anforderung der Filtergüte . . . . .	18
2.4.2 Fehlerdarstellung . . . . .	19
2.5 Robustheitsanalyse und Filtersynthese . . . . .	20
2.5.1 Kriterium für die Robuste Stabilität . . . . .	22
2.5.2 Kriterium für die Robuste Performance . . . . .	22
2.5.3 Robuste Performance für strukturierte Unsicherheit . . . . .	24
2.5.4 Filtersynthese . . . . .	26
<b>3 Der elektrohydraulische Stellantrieb</b>	<b>27</b>
3.1 Systembeschreibung . . . . .	28
3.2 Fehlerursachen am DDV . . . . .	30
3.3 Modellbildung . . . . .	32
3.3.1 Kraftaufbau am Linearmotor . . . . .	32
3.3.2 Bewegungsgleichung des Steuerventils . . . . .	35

<b>4</b>	<b>Entwurf robuster Filter für interne Fehler</b>	<b>39</b>
4.1	Umgebung zur Methodenuntersuchung . . . . .	40
4.1.1	Strecke und Fehler . . . . .	40
4.1.2	Unsicherheitsmodelle . . . . .	41
4.1.3	Erfassung der Anforderungen . . . . .	43
4.1.4	Simulationsumgebung . . . . .	46
4.2	Optimierung im offenen Kreis . . . . .	48
4.2.1	Filter zur Kraftschätzung mit additiver Fehlermodellierung . .	48
4.2.2	Filter zur Kraftschätzung - Fehlermodellierung über die Unsi- cherheit . . . . .	50
4.3	Optimierung im geschlossenen Kreis . . . . .	59
4.3.1	Fehlererkennung parallel zur Kreiskorrektur . . . . .	60
4.3.2	Beobachter zur Fehlerdetektion . . . . .	73
4.4	Resümee . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Entwurf robuster Beobachter für additive Fehler</b>	<b>79</b>
5.1	Lineares nominelles Modell . . . . .	80
5.1.1	Nominelles Modell des DDVs . . . . .	80
5.1.2	Berücksichtigung der Signalaufbereitung . . . . .	82
5.2	Unsicherheitsbeschreibung . . . . .	83
5.2.1	Struktur des Unsicherheitsmodells . . . . .	84
5.2.2	Parametrierung des Unsicherheitsmodells . . . . .	86
5.3	Spezifikation der Performanceanforderung . . . . .	89
5.4	Filtersynthese . . . . .	96
5.4.1	Synthese . . . . .	96
5.4.2	Analyse der Ergebnisse . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>117</b>
	<b>Anhang</b>	<b>121</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>124</b>

# Nomenklatur

## Physikalische Größen

$A$	$[m^2]$	Fläche
$c$	$[N/m]$	Federsteifigkeit
$d$	$[Ns/m]$	Dämpfungsbeiwert
$F$	$[N]$	Kraft
$f$	$[Hz]$	Frequenz
$I, \mathbf{I}$	$[A]$	Strom, Strommatrix
$K_D$	$[m^2 \sqrt{\frac{m^3}{kg}}]$	Durchflußbeiwert
$k_{ind}, \mathbf{K}_{ind}$	$[Vs/m]$	Induktionskonstante, Induktionsmatrix
$k_{mag}, \mathbf{K}_{mag}$	$[N/Vs]$	magnetische Konstante, Matrix
$k_R$	$[N]$	Coulombsche Reibung
$k_v$	$[V/A]$	Elektrische Verstärkung
$\mathbf{K}_k$	$[-]$	Koppelmatrix
$l$	$[m]$	Länge
$L, \mathbf{L}$	$[H]$	Induktivität, Induktivitätsmatrix
$m$	$[kg]$	Masse, Massenmatrix
$Q$	$[m^3/s]$	Volumenstrom
$R, \mathbf{R}$	$[\Omega]$	ohmscher Widerstand, Widerstandsmatrix
$p$	$[Pa]$	Druck
$t$	$[s]$	Zeit
$u$	$[m]$	Überdeckung
$U, \mathbf{U}$	$[V]$	Spannung, Spannungsmatrix
$V$	$[m^3]$	Volumen
$v$	$[m/s]$	Geschwindigkeit
$y$	$[m]$	Weg
$\alpha_D$	$[-]$	Durchflußkoeffizient
$\beta$	$[-]$	Strahlablenkwinkel
$\Psi, \mathbf{\Psi}$	$[Vs]$	magnetischer Verkettungsfluß
$\rho$	$[kg/m^3]$	Dichte
$\omega$	$[rad/s]$	Kreisfrequenz

## Regelungstechnische und mathematische Größen

a	Pol
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen
<b>d</b>	Vektor der freien Eingänge
c	Verstärkung
D	modale Dämpfung
<b>D</b>	Skalierungsmatrix
<u><b>D</b></u>	Menge der Skalierungsmatrizen
e, <b>e</b>	Performanceausgangsvektor
f	Fehler
F, <b>F</b>	Übertragungsfunktion, -matrix eines Filters
$\mathcal{F}$	linear fractional transformation
G, <b>G</b>	Übertragungsfunktion, -matrix
H	Übertragungsfunktion
$\mathcal{H}_2$	Norm
$\mathcal{H}_\infty$	Norm
i	Laufindex
<b>I</b>	Einheitsmatrix
j	Laufindex; imaginäre Einheit
k	Laufindex
K	Verstärkungsfaktor; Reglerübertragungsfunktion
<b>K</b>	Filtermatrix
m	Matrixdimension; Laufindex
<b>M</b>	Matrix; erweiterter geschlossener Regelkreis
n	Matrixdimension; Laufindex
p	Parameter
<b>P</b>	erweiterte Regelstrecke
r	Rauschsignal; Residuum
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathcal{RH}_\infty$	Menge der asymptotisch stabilen realisierbaren Übertragungsfunktionen
s	Laplace-Operator; Nutzsignal
sk	Skalierungsfaktor (für eine Fehlerschwelle)
<b>T</b>	Übertragungsfunktion
$T_a$	Abtastzeit (PRBS-Signal)
$T_m$	Meßdauer
u	Filterausgangssignal

$\mathbf{U}$	Skalierungsmatrix
$\underline{\mathbf{U}}$	Menge der Skalierungsmatrizen
$w, \mathbf{w}$	Eingangssignal, -vektor
$W, \mathbf{W}$	Gewichtungsfunktion, Gewichtungsmatrix
$x$	Zustandsgröße
$y, \mathbf{y}$	Meßgröße, Meß- bzw. Ausgangsvektor, Filtereingangssignal
$\alpha$	Skalierungsfaktor der $\mu$ -Optimierung
$\epsilon$	Eingangssignal, -vektor eines Unsicherheitsmodell
$\delta$	Unsicherheitsoperator; Differenz
$\Delta, \mathbf{\Delta}$	Unsicherheitsblock, -matrix
$\underline{\Delta}$	Menge der Unsicherheiten gleicher Struktur
$\eta$	Ausgangssignal, -vektor eines Unsicherheitsmodell
$\lambda$	Eigenwert einer Matrix
$\mu$	strukturierter Singulärwert
$\rho$	Spektralradius
$\sigma$	Singulärwert einer Matrix
$\tau$	Integrationsdauer

## Indizes

a	additiv; aktor
A	Zylinderkammer A
amp	Amplitude
Approx	approximativ
B	Zylinderkammer B
c	Steifigkeit
d	dynamisch; Dämpfung
dd	dynamische Dämpfungsunsicherheit
D	Durchfluß
DDV	Direct Drive Ventil
emag	elektromagnetisch
f	Fehler; Filter
fa	Aktorfehler
fs	Sensorfehler
F	Kraft
Fe	Eisen



---

G	Zylindergehäuse
grenz	Grenzgeschwindigkeit
h	Haupt
hyd	hydraulisch
ind	induziert
I	Strom
k	Kopplung; Kolben
L	lower (LFT)
m	multiplikativ
mag	magnetisch
max	maximal
min	minimal
nom	nominell
p	parametrisch
pmag	permanentmagnetisch
P	Performance
R	Rauschen; Reibung
s	Schieber; Sensor
soll	Sollwert
sp	Spule
sum	Summenstrom
S	System
Str	Strömung
SW	Software
th	theoretisch
u	Eingangsgröße
U	upper
WU	Wunschvorgabe
Wc	Gewichtungsfunktion auf die Steifigkeit
Wd	Gewichtungsfunktion auf den Dämpfungsbeiwert
Wdd	Gewichtungsfunktion auf den Dämpfungsbeiwert, dynamisches Modell
$\Delta$	Unsicherheit
$\sigma$	Streuung
$\psi$	magnetischer Kreis
0	Eigenmode, Nennwert
$\infty$	$\mathcal{H}_\infty$ -Norm

## Symbole

$T$	Transponierte eines Vektors oder Matrix
$*$	konjugiert komplexe Transponierte einer Matrix
$\hat{\phantom{x}}$	Schätzwert
$\sim$	koprimer Faktor
$\wedge$	Schätzwert
$\cdot$	Variablenplatzhalter
$\ \cdot\ $	Norm eines Vektors oder einer Matrix
$\bar{\phantom{x}}$	Maximum einer Variablen
$\underline{\phantom{x}}$	Minimum einer Variablen
$\forall$	„für alle“

## Abkürzungen

ACU	Actuator Control Unit
AMC	Actuator Movement Check
CBIT	Continuous Built-In Test
DDV	Direct Drive Valve (direkt angetriebenes Ventil)
GLRT	Generalized Likelihood Ratio Test
FBW	Fly-By-Wire
FCC	Flight Control Computer (Flugregelungsrechner)
FLC	First Line Check
FMEA	Fehler-Möglichkeiten- und Einfluß-Analyse
FO	Fail Operative
FS	Fail Safe
IBIT	Initial Built-In Test
LFT	Linear Fractional Transformation
LMI	Linear Matrix Inequality (lineare Matrix-Ungleichungen)
LVDT	Linear Variable Differential Transformer (induktiver Wegaufnehmer)
PRBS	Pseudo-Rausch-Binär-Signal
PWM	Pulsweitenmodulation
SVD	Singular Value Decomposition

# 1 Einleitung

Seit den Anfängen der Luftfahrt begleiten die Betätigungssysteme der Steuerflächen den Fortschritt der Spitzentechnologie. Der Bedarf an leistungsfähigen, zuverlässigen und schnellen Aktuatoren steigt kontinuierlich mit der Komplexität und der Performance der Flugzeuge. Die direkte mechanische Verbindung zwischen dem Piloten und der Steuerfläche wird mittlerweile durch eine elektrische Verbindung („Fly-by-Wire“, FBW) ersetzt, nachdem die mechanisch-hydraulische Verstärkung als Zwischenschritt gedient hat (vgl. SCHÖNHOF [Sch99]).

Diese Entwicklung wurde durch die rasanten Fortschritte der Aktuatorik ermöglicht, die sowohl im mechanischen und elektrischen Hardware-Bereich als auch im Software-Bereich stattfinden. Neue Werkstoffe ermöglichen kompakte, kraftvolle Bausätze; die Rechnertechnologie öffnet neue Horizonte zur Dezentralisierung und Implementierung neuer Regelkonzepte; die Software wird durch komplexe leistungsfähige Algorithmen zu Regelung und Monitoring neu geprägt. Die gesamte Entwicklung zielt auf einen sogenannten *smart actuator* (vgl. KUBBAT *et al.* [KKvL00]), der als eigenständige Einheit unabhängig vom Flight Control Computer (FCC) die Regelung seiner Position und die Selbstüberwachung übernehmen wird.

Die steigende Komplexität hat einen wesentlichen Nachteil: die Zuverlässigkeit des Systems sinkt mit der Anzahl der Bauteile, die wiederum steigt, um eine hohe Sicherheit zu gewährleisten. Das Stichwort „Redundanz“ ist schließlich von immer größerer Bedeutung in einer Umwelt, in der mechanische Verbindungen durch leistungsfähige, jedoch ausfallträchtige hydraulische oder sogar elektrische Systeme ersetzt werden. Diese Entwicklung macht den Einsatz einer effizienten Fehlererkennung und -diagnose notwendig. Ziel ist die optimale Ausnutzung der Redundanz: ein möglichst früh erkannter Fehler ist die Grundvoraussetzung, damit die betroffenen, das Gesamtsystem belastenden Komponenten rechtzeitig abgeschaltet werden.

Der Einsatz dezentralisierter *Actuator Control Unit* (ACU), die neben dem Signaling und der Regelung zusätzliche Überwachungsfunktionen übernehmen kann, setzt sich momentan als Stand der Technik durch (vgl. OSDER [Osd99]). Dies eröffnet neue Möglichkeiten, komplexe Funktionen zur Systemüberwachung in der ACU einzusetzen.

Parallel werden fortschrittliche Methoden zur Fehlererkennung entwickelt, die sich auf die moderne modellbasierte Regelungstechnik stützen. Solche Konzepte bedienen sich der in einer analytischen oder heuristischen Abbildung des Prozesses enthaltenen Information, um im Vergleich zu gemessenen Daten Fehler zu entdecken, zu lokalisieren und sogar zu isolieren. Solche Konzepte wurden bereits erfolgreich zu einer Prüfstandsapplikation hin entwickelt (vgl. KRESS [Kre02]).

Der Bedarf an einer genauen und breit einsetzbaren Fehlererkennung und -diagnose,

sowie die neuen Mittel, die materiell und methodisch vorliegen, motivieren die Weiterentwicklung von Fehlererkennungssystemen für die Stellglieder der Luftfahrt.

## 1.1 Fehlerdiagnose an Luftfahrtaktuatoren

Der Seitenruderaktor, der sich im primären Flugsteuerungspfad eines Flugzeuges befindet, unterliegt besonders strengen Sicherheitsanforderungen, weil sein Ausfall bis zum Verlust des Flugzeuges führen kann. Die Zuverlässigkeit für den gesamten Funktionspfad wird im Allgemeinen mit  $10^{-9}$  Totalausfällen pro Stunde spezifiziert. Diese Anforderung wird für den Aktuator, als Komponente des Funktionspfades, neben der strukturellen Redundanz durch regelmäßige Überprüfung der Funktionsfähigkeit erreicht.

Diese Kontrolle kann man in vier Stufen unterteilen, deren Aufwand mit der Aussagekraft steigt. Der *Continuous-Built-in-Test* (CBIT) ist aktuell die einzige Kontrolle in Echtzeit in der *in-flight*<sup>1</sup>-Bedingungen. Zwei *on-board*<sup>2</sup> Checks, der *Actuator-Movement-Check* (AMC) und der *Initial-Built-in-Test* (IBIT), ergänzen die standardisierten Kontrollen. In regelmäßigen Zeitabständen oder nach einem Ausfall wird der Aktuator ausgebaut und auf einer speziellen Testeinrichtung mit Hilfe einer externen hydraulischen Versorgung eines *First-line-Checks* (FLC) unterzogen. Tabelle 1.1 faßt die Eigenschaften der Testprozeduren zusammen.

Testname	Position	Ziel der Überprüfung	Regelmäßigkeit
CBIT	im Flug	Signalvoting	dauernd
AMC	Pre-/Postflight, am Boden	Bewegung zum Anschlag	Bei jedem Flug
IBIT	FCC Start, am Boden	Signalpfaden	Bei jedem FCC- Neustart
FLC	in der Flugzeughalle	tiefgehende Funktionsprüfung	Wartungszyklen und nach Betriebsstörung

Tabelle 1.1: Aktuelle Aktuatortests

<sup>1</sup>In den Luft- oder *in-flight*-Bedingungen werden die höchsten Umweltansprüche an einer Prüfanlage gestellt: variable, einflußreiche Umgebung, geringe Verfügbarkeit für die Tests, begrenzte Meßmöglichkeiten.

<sup>2</sup>Unter *on-board* Anwendung wird ein Testsystem verstanden, das im Flugzeug eingesetzt werden kann, jedoch am Boden. Insbesondere werden dadurch die Umgebungseinflüsse begrenzt und die Freiheitsgrade in der Wahl der Testanregung größer.

Die Prüfung bleibt bei den drei *on-board*-Checks auf die Funktionalität beschränkt. Im Prüfstandtest wird das Verhalten des Aktuators in seiner Güte beurteilt, wobei vordefinierte Bewegungsvorgänge herangezogen werden. Die Detektion der durch eine FMEA<sup>3</sup> beschriebenen Fehlerfälle wird abgedeckt, obwohl eine Identifikation der Fehler nicht immer gewährleistet wird. Wird an dieser Stelle ein Fehlverhalten festgestellt, wird der Aktuator zum Hersteller zur Instandsetzung zurückgeschickt. Es soll hier unterstrichen werden, dass dies unter Umständen ohne genaue Kenntnis der Fehlerursache erfolgt.

Diese Testprozeduren sind zwar ausreichend, um die an das Stellglied gestellten Sicherheitsanforderungen zu erfüllen. Jedoch liegen die Vorteile einer tiefgehenden Fehlerdiagnose, die so früh wie möglich im Ablauf der Kontrollen einsetzen soll, sowohl in der Kostenersparnis als auch in der Sicherheitserhöhung. Die Kosten lassen sich durch den Wegfall der unbegründeten Ausbauten, durch eine gezielte Reparatur und durch die Anpassung der Wartungsintervalle reduzieren. Die Sicherheit steigt mit der Aussageschärfe der Diagnose und auch dank der Bestimmung der richtigen Wartungsintervalle.

Neuartige Diagnosekonzepte sind dadurch gekennzeichnet, daß sie die vorhandene Informationen über das System besser ausnutzen. Insbesondere sollen die heuristischen und/oder analytischen Kenntnisse in Form eines Modells herangezogen werden. KRESS [Kre02] konnte den mit Hilfe solcher Prüfkonzepete erzielbaren Fortschritt nachweisen. Die Anwendung ist jedoch noch auf einen externen Prüfstand beschränkt. Die Kosten lassen sich nur insofern reduzieren, als die Reparatur durch die Lokalisierung der Fehler erleichtert wird.

Eine wesentliche Reduzierung der hohen Betriebskosten (siehe SCHÖNHOF [Sch99]) wird aber erst durch eine effektive Anpassung der Wartungsintervalle erzielt. Dies erfordert ein Fehlerdiagnosesystem, das zunächst einen Pre- oder Postflight-Check am Boden ersetzen soll. Mit dessen Hilfe wird eine tiefgehende Trendüberwachung ermöglicht. Idealerweise sollte die Überwachung eine Ergänzung des CBITs darstellen, so daß während des Fluges Fehler erkannt werden können. Erst dann wird eine Erhöhung der Sicherheit erzielt. Der Übertragung der analytischen Fehlerdiagnose vom Prüfstand auf eine *on-board*- und gegebenenfalls *in-flight*-Umgebung kommt deshalb, trotz bestehender Testprozeduren, eine große Bedeutung zu.

---

<sup>3</sup>Failure Mode and Effects Analysis bzw. Fehler-Möglichkeiten- und Einfluß-Analyse

## 1.2 Fragestellung zur Methodik

Die Anforderungen der *on-board*-Anwendung bestehen im Vergleich zur Prüfstands-umgebung in:

- einer Einschränkung der zu messenden Signale,
- einer Einschränkung der Anregung
- und einer erhöhten Anzahl der Störquellen.

Die beiden letzten Punkte sind während des Flugbetriebs stärker ausgeprägt als am Boden. Deshalb wird der höchste Schwierigkeitsgrad für ein Fehlererkennungssystem im Flug erreicht.

Die Einschränkung der Meßsignale bedeutet eine direkte Abnahme der Informationsmenge. Die Beobachtbarkeit des Systems sinkt unabhängig vom analytischen Ansatz ab. Deren Steigerung kann nur bedingt durch eine Ergänzung der Modelle, das heißt der analytischen Information, erzielt werden. Da beim Modellentwurf ein Optimum an Systemkenntnis bei vertretbarem Aufwand angestrebt wird, erscheint der Spielraum als schon erschöpft. An dieser Stelle kann nur die Bewertung des Kosten-Nutzen-Verhältnisses einer zusätzlichen, nicht für die Betätigung notwendigen Sensorik den Fortschritt der Fehlerdiagnose vorantreiben.

Im Gegensatz hierzu lassen sich die Aspekte der Anregungsfreiheit und der Störungsunterdrückung durch methodische Betrachtungen behandeln. Zwei wesentliche Möglichkeiten bieten sich für die analytische Fehlererkennung und -diagnose an. Zum einen können die Methoden der Identifikation angewendet werden, um durch erneute Bestimmung der Parameter eines Modells auf Änderungen des Systems zurückzuschließen. Zum anderen kann mit Hilfe eines Beobachters ein Residuum gebildet werden, das die Abweichung zwischen einem festen Modell und der Realität darstellt.

Die Identifikation dynamischer Systeme erfordert ein Eingangssignal, das alle Moden der Strecke fortdauernd anregt (vgl. ISERMANN [Ise93], KÖPPEN-SELIGER *et al.* [KSSFG94]). Für den Einsatz im normalen Betrieb wird entweder eine zusätzliche Anregung dem eigentlichen Stellsignal aufgeschlagen oder, wenn dies nicht vertretbar ist, auf eine kontinuierliche Fehlerdetektion verzichtet und auf regelmäßige Testvorgänge mit spezieller Anregung zurückgegriffen. Für die Luftfahrt beschränkt dies die Anwendbarkeit auf den Bodeneinsatz. Zudem ist die Identifikation im Regelkreis erschwert. Die Filterung der Anregung durch den Regler und die Korrelation zwischen Ein- und Ausgängen, die durch die Rückführung verursacht wird, sind hierfür einleuchtende Gründe. Für die Identifikation spricht jedoch, insbesondere bei kontinuierlichen Modellen, die Möglichkeit eines direkten Rückschlusses von den Parametern auf die physikalisch im System auftretenden Vorgänge.

Der wesentliche Vorteil der beobachtergestützten, parameterinvarianten Methoden liegt in ihrer Stabilität auch bei unzureichender Anregung, was im Hinblick auf einen *in-flight*-Betrieb von großer Bedeutung ist. Bei geringer Anregung werden Einbußen in der Beobachtbarkeit in Kauf genommen, die sich jedoch nicht vermeiden lassen. Im Extremfall können aus einem ruhenden Prozeß keinerlei Informationen über das Systemverhalten gewonnen werden. Die Erkennung additiver Fehler, die typischerweise Sensoren betreffen, wird sehr leistungsfähig durch die feste Beobachterstruktur gewährleistet (vgl. z.B. BEARD [Bea71] und JONES [Jon71]). Dagegen sind die internen Fehler, die eine Änderung der Modellparametrierung hervorrufen, nicht direkt und eindeutig feststellbar. Zudem reagiert der Ansatz vom Prinzip her auf externe Störung und Modellunsicherheiten empfindlich, insofern als diese sich wie Fehler auswirken können. Deshalb ist die Robustheit gegenüber zuvorgenannten Aspekten eine zentrale Entwurfsanforderung, was allerdings auch für die Identifikationsverfahren zutrifft.

Aus dieser kritischen Betrachtung der grundsätzlichen Ansätze ergibt sich ein Trade-Off im Hinblick auf eine anspruchsvolle Anwendung im Flugzeug. Die auf Identifikationsverfahren basierte Fehlerdiagnose wurde schon für einen Seitenruderaktuator diskutiert (vgl. OEHLER [Oeh01], KRESS *et al.* [Kre02], [CIKS02]). Die Erkennung interner Fehler konnte hierbei unter der Voraussetzung einer frei wählbaren Anregung nachgewiesen werden. Durch eine beobachtergestützte Methode kann die Einschränkung auf eine anhaltende Anregung umgegangen werden. Die Diskussion einer solchen Methode wird im Hinblick auf ihre Leistungsfähigkeit aus den bisherigen Betrachtungen abgeleitet. Zum einen stellt sich die Frage, ob die internen Prozeßfehler trotz einer additiven, nicht parametrischen Methode noch dargestellt und entdeckt werden können. Die Fehlererkennung sollte weiterhin bis zu den Prozeßkomponenten aussagekräftig bleiben. Zum anderen wird ein System gewünscht, dessen Verhalten unabhängig von den Betriebsbedingungen ist, so daß es auch unter *in-flight*-Bedingungen einsetzbar wird. Das Einsatzziel erfordert ein Fehlererkennungsalgorithmus, dessen zentrale Eigenschaft die Robustheit ist.

Um der Forderung nach Robustheit nachzugehen, wird die sogenannte  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Methode zum Entwurf von Zustandsbeobachtern und zur Signalfilterung eingesetzt. APPLEBY [App91] hat die ursprünglich zum Reglerentwurf entwickelte Methode im Fall eines Zustandsbeobachters angewandt. In einem Vergleich mit einem auf einem Kalman-Filter basierenden Zustandsbeobachter sowie mit einem  $\mathcal{H}_\infty$ -Beobachter, der keine Modellunsicherheit berücksichtigt, konnte der deutliche Vorteil des robust ausgelegten Beobachters bewiesen werden. Zwar verliert dieser Beobachter an Genauigkeit in der Zustandsschätzung, wenn der reale Prozeß und das Modell übereinstimmen. Dafür bleibt die Schätzgüte unabhängig vom Modellfehler und wird somit in den realen Betriebsbedingungen (*in-flight*) deutlich höher als mit einem konventionellen Beobachter. NIEMANN und STOUSTRUP [NS97] setzen die

Methode zur Fehlererkennung ein, wobei nur additive Fehler berücksichtigt werden. Das Potential dieser Methode für die Fehlerdiagnose unter *in-flight*-Bedingung wird in dieser Arbeit untersucht. Zum einen soll geklärt werden, inwiefern interne Fehler mit Hilfe eines linearen Verfahrens erkannt werden können. Die Ansätze zur Beschreibung dieser Fehlerart werden an die ausgewählte Methode angelehnt. Die andere Kernfrage betrifft den Kompromiß zwischen Unempfindlichkeit auf Störung und externe Einflüsse und Empfindlichkeit auf Fehler. Die  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Methode hat sich schon als effizient zum Entwurf eines Zustandsbeobachters erwiesen, dessen Verhalten nur gering von äußeren Einwirkungen beeinflußt wird. Die Erweiterung auf die Aufgabe der Fehlererkennung wird in Bezug auf die Robustheit erforscht.

### 1.3 Aufbau der Arbeit

Im nächsten Kapitel wird die Theorie der robusten  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Methode vorgestellt. Ausgehend von den für den Reglerentwurf geltenden Ansätzen werden die entsprechenden Grundsätze für den Fall eines Beobachters bzw. eines Filters abgeleitet. Es werden insbesondere Erweiterungen der klassischen Filteraufgabe vorgeschlagen, um die Erkennung der internen multiplikativen Fehler zu integrieren.

Im dritten Kapitel wird auf die physikalische Modellbildung des betrachteten Stellgliedes eingegangen. Die Nichtlinearitäten der Strecke, die für die lineare Methode zu unvermeidlichen Modellfehlern führen, werden hierbei aufgezeigt.

Das nichtlineare Modell dient zur rechnerischen Evaluierung der Methode für interne Fehler, die im Kapitel 4 vorgestellt wird. Für eine genaue Analyse der Entwurfsmethode wird auf eine Rechnersimulation zurückgegriffen, wodurch die Performance der entworfenen Filter genau verglichen werden kann. Realitätsnah bleibt die Untersuchung insofern, als die Modellfehler aus der Umformulierung der Linearisierungsfehler als Unsicherheitsquelle stammen.

Kapitel 5 zeigt die Umsetzung der Methode am Prüfstand. Hierzu werden additive Fehler im Aktor- und Sensor betrachtet und strukturierte Residuen, die die Fehlerquellen voneinander trennen, entworfen. Die Einsetzbarkeit der Methode am Prüfstand wird bewiesen. Die Robustheit wird zwar nicht für das komplette Unsicherheitsspektrum einer *in-flight*-Anwendung beurteilt, jedoch ansatzweise durch die aus der Linearisierung und der zwangsweise approximativen Modellbildung hervorgerufenen Modellunsicherheiten bewiesen. Schließlich werden im sechsten Kapitel die Ergebnisse kritisch betrachtet und ein Ausblick gegeben. Bild 1.1 faßt die Struktur der Arbeit zusammen.



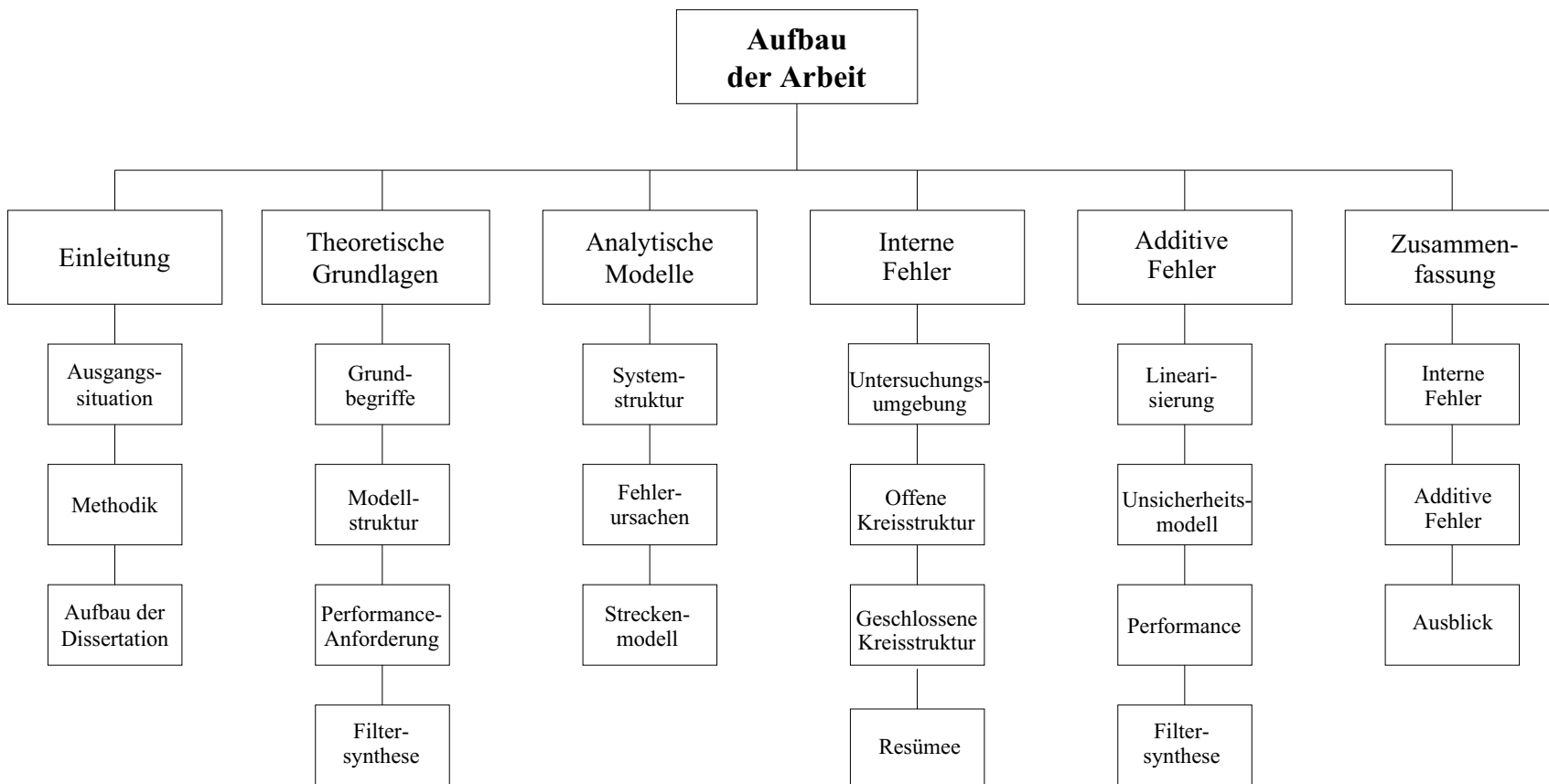


Abbildung 1.1: Struktur der Arbeit

## 2 Grundlagen der robusten Filterung

Das grundlegende Konzept der robusten  $\mathcal{H}_\infty/\mu$ -Filter läßt sich aus der optimalen Filterung und der robusten Regelung ableiten.

Die Synthese eines optimalen Filters wird durch die Minimierung des Übertragungsverhaltens von externen unbeeinflußbaren Signalen zum Schätzfehler formuliert. Je nach deterministischer oder stochastischer Beschreibung der externen Signale werden die Filterverstärkungen mit Hilfe einer passenden Norm berechnet. Das  $\mathcal{H}_2$ -optimale Filter, oder Kalman Filter, und das  $\mathcal{H}_\infty$ -optimale Filter sind die verbreitetsten, nicht zuletzt weil die erwähnten Normen effizient ermittelt werden können.

Durch die robuste Regelung kann der Blickwinkel auf die Unabhängigkeit des Betriebspunktes für das optimale Verhalten erweitert werden. Zwei Argumente motivieren die Verbindung beider Ansätze. Erstens beruht die Synthese eines robusten Reglers auf der Minimierung der externen Einflüsse auf die Regelabweichung, unabhängig von Modellfehlern. Dank der Verwandtschaft des Ansatzes werden interessante Brücken zwischen den beiden Aufgaben aufgestellt. Zusätzlich bietet die mittlerweile sehr weit entwickelte Methode der  $\mathcal{H}_\infty/\mu$ -Reglersynthese einen geschlossenen Rahmen, um den Einfluß von Modellunsicherheiten zu berücksichtigen. Dieser Vorteil soll um die Filterungsaufgabe erweitert werden.

Zweck der Filtersynthese ist in dieser Arbeit die Bildung eines für Fehler repräsentativen Residuums. Im Gegensatz zum Beobachterentwurf, der zur Ermittlung der Systemzustände optimiert wird, werden in den nächsten Abschnitten Ansätze vorgestellt, die zur Fehlererkennung gedacht worden sind. Hierbei werden die internen von den externen Fehlern unterschieden.

Für interne Fehler, die durch eine Systemänderung verursacht werden, bilden die Parameter des Modells ein natürliches Fehlermodell. Mit Hilfe nichtlinearer Methoden können die Parameter als erweiterte Zustände erfaßt werden, die multiplikativ mit den eigentlichen Systemzuständen verknüpft sind. Die Erweiterung der robusten Entwurfsmethodik auf nichtlineare Systeme ist jedoch nicht möglich. Deshalb wird entweder auf eine andere Fehlerdarstellungsform, oder auf eine Umwandlung der Unsicherheitsdefinition zurückgegriffen. Beide Ansätze stellen lineare Fehlermodelle dar.

Für externe Fehler, die aus Komponenten wie Aktoren und Sensoren stammen, ist ein additives Modell angepaßt. Denn diese Fehlerart wirkt nicht auf das Modell selbst, sondern fließt als externe Störung in die Modellbildung ein.

Im nächsten Abschnitt wird die Motivation für den Einsatz robuster Filter, insbesondere zur Fehlererkennung, erläutert. Anschließend werden die grundlegenden Begriffe für die Theorie der robusten Regelung und Filterung vorgestellt. Als Kernpunkt des Konzeptes wird dann auf die Beschreibung einer Modellschar eingegangen.

Ebenfalls gehört die Formulierung der Anforderungen als *loop shaping*<sup>4</sup> zu den Eigenarten der Methode, die es näher zu betrachten gilt. Die eigentliche Synthese und anschließende Analyse im Hinblick auf Robustheit werden dieses Kapitels abschließen. Auf die Besonderheiten des Filterentwurfs zur Fehlererkennung wird jeweils an entsprechender Stelle eingegangen.

## 2.1 Motivation und Grundidee des robusten Filters

Die Grundlage zur Entwicklung eines Filters oder Beobachters bildet immer ein analytisches Modell des Prozesses. Ein Modell kann aber nur mit einer begrenzten Schärfe die Realität abbilden. Es resultieren daraus Abweichungen, die die Genauigkeit der Filterung erheblich verschlechtern können. Im Vergleich zum Zustandsbeobachter wird das Problem noch durch das Ziel der Fehlererkennung unter Vermeidung falscher Alarme insofern verschärft, als die Entdeckung eines Fehlers auf den Abweichungen zwischen dem analytischen Modell und der Messung beruht, solche Abweichungen aber gleichzeitig die korrekte Detektion verhindern können.

Die wesentlichen Ursachen für Abweichungen zwischen Modell und Realität sind:

- die Linearisierung von Effekten wie z.B. Reibung,
- die Vernachlässigung höherer dynamischer Eigenformen,
- eine Änderung der Betriebsbedingungen wie Temperatur, Druck usw.,
- eine Parameteränderung infolge von Verschleiß und Ermüdung,
- eine Arbeitspunktänderung.

Im Rahmen eines robusten Entwurfs soll Rücksicht auf die nicht modellierbaren Einflüsse genommen werden. Das nominelle Modell wird durch ein Unsicherheitsmodell ergänzt, das ein Maß für die möglichen Abweichungen darstellen soll. Die Anforderungen an das Filter werden dann derart erfaßt, daß sie nicht nur für das nominelle Modell, sondern auch für die gesamte Modellschar erfüllt werden. Dadurch wird ein gewisser Verlust an Genauigkeit und Dynamik gegenüber dem Entwurf für das nominelle Modell in Kauf genommen. Der Kompromiß zwischen Genauigkeit und Robustheit soll jedoch einen erheblichen Gewinn an Zuverlässigkeit sichern.

---

<sup>4</sup>Unter *loop shaping* werden Entwurfskriterien für Regler verstanden, die auf die Beeinflussung der Frequenzgänge der Übertragungspfade im Regelkreis beruhen.

## 2.2 Grundbegriffe

Im folgenden Abschnitt werden drei zentrale Werkzeuge der robusten Regelung und Filterung vorgestellt, die in den anschließenden Abschnitten dieses Kapitels benötigt werden.

### 2.2.1 Linear Fractional Transformation

Die *Linear Fractional Transformation* (LFT) ermöglicht eine einheitliche Darstellung aller denkbaren Verschaltungen von zwei Systemen (vgl. DOYLE, PACKARD und ZHOU [DPZ91]), und wird deshalb auch für die Analyse und Synthese von Beobachtern und Filtern sehr oft benutzt (vgl. NIEMANN und STOUSTRUP [NS97]). Die zwei möglichen Situationen zeigt Bild 2.1.  $G$  stellt ein Mehrgrößensystem dar. Die Bezeichnungen  $\Delta$  bzw.  $F$  deuten auf die spätere Anwendung der LFT in dieser Arbeit an. Mit Hilfe einer *upper LFT*  $\mathcal{F}_u$  wird ein Unsicherheitsblock  $\Delta$  oberhalb des Systems  $G$  verschaltet. Die *lower LFT*  $\mathcal{F}_l$  wird zur Schließung des Kreises mit einem Filter  $F$  unterhalb des Systems  $G$  eingesetzt.

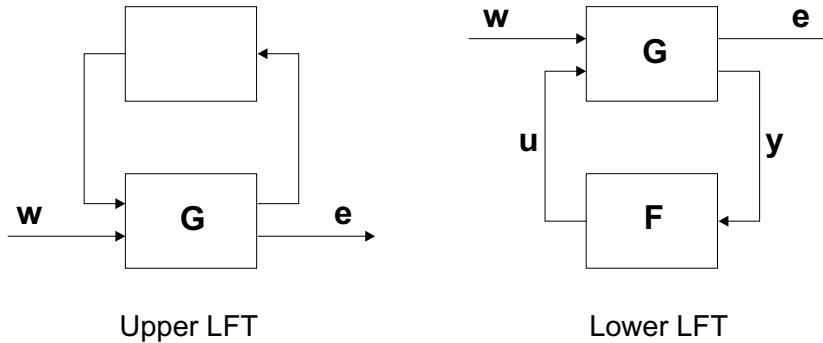


Abbildung 2.1: Verallgemeinerter Regelkreis

Die *upper LFT* soll am folgenden Beispiel hergeleitet werden, wobei die *lower LFT* sich analog dazu berechnen läßt. Typischerweise stellt  $w$  für die Filterung alle externen unbeeinflussbaren Eingänge dar und  $e$  die aus dem Gesamtsystem entstehenden Schätzfehler, oder allgemeiner alle zu minimierenden Signale.  $\epsilon$  als repräsentative Information über die Modellfehler, stellt die Anregung des Unsicherheitsblocks dar, und  $\eta$  führt die errechnete Modellabweichung auf das nominale Modell zurück. Der Prozeß  $G$  wird in Matrizenschreibweise explizit dargestellt:

$$(2.1) \quad \begin{bmatrix} \epsilon \\ e \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}}_G \begin{bmatrix} \eta \\ w \end{bmatrix}$$

Berücksichtigt man den Zusammenhang zwischen  $\epsilon$  und  $\eta$ :

$$(2.2) \quad \eta = \Delta \cdot \epsilon$$

und löst man Gl. 2.1 nach  $\mathbf{e}$  auf, ergibt sich die *upper LFT* von  $\Delta$  bezüglich  $\mathbf{G}$ :

$$(2.3) \quad \mathbf{e} = \underbrace{[\mathbf{G}_{22} + \mathbf{G}_{21} \Delta (\mathbf{I} - \mathbf{G}_{11} \Delta)^{-1} \mathbf{G}_{12}]}_{\mathcal{F}_U(\mathbf{G}, \Delta)} \mathbf{w}.$$

Aus dieser Berechnung wird klar, daß die LFT nur definiert ist, wenn der inverse Term  $(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{11} \Delta)^{-1}$  existiert. Analog wird für die *lower LFT* die Existenz von  $(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22} \mathbf{F})^{-1}$  vorausgesetzt. Weitere ausführliche Vorstellungen der LFTs können der Literatur entnommen werden (vgl. DOYLE *et al* [DPZ91], ZHOU, DOYLE und GLOVER [ZDG95]).

### 2.2.2 Satz der kleinen Verstärkung

Der Satz der kleinen Verstärkung oder *Small Gain Theorem* (vgl. ZAMES [Zam66]) beruht auf dem Nyquist-Kriterium, das zur Beurteilung der Stabilität eines Regelkreises eingesetzt wird. Der Satz besagt, daß wenn Modell  $G$  und Regler  $K$  asymptotisch stabil sind, ist auch die asymptotische Stabilität des Regelkreises gewährleistet, wenn der Spektralradius  $\rho^5$  des offenen Regelkreises kleiner als 1 ist:

$$(2.4) \quad \rho(G(j\omega)K(j\omega)) < 1, \quad \forall \omega$$

Der Satz hat den Vorteil gegenüber dem Nyquist-Kriterium, eine Stabilitätsaussage nur aus dem Amplitudengang der Systemelemente zu erzielen.

Die Stabilität der Strecke spielt für die Filterung keine zentrale Rolle, weil diese durch ein Filter nicht beeinflußt werden kann. Es wird aber in Kapitel 2.5.2 gezeigt, daß das Kriterium zur Erfüllung robuster Performance der Filterung auf der Stabilität eines fiktiven Kreises beruht. Der Satz der kleinen Verstärkung wird in diesem Zusammenhang benutzt.

### 2.2.3 Verstärkung eines Mehrgrößensystems

Die Betrachtung eines Mehrgrößensystems mit den klassischen Methoden der Regelungstechnik erweist sich im allgemeinen als unzureichend, weil Verkopplungen zwischen den verschiedenen Übertragungspfaden auftreten können. Ein Maß für die Amplitudenverstärkung eines Mehrgrößensystems stellt der Singulärwert  $\sigma$  (engl. *singular value*) dar, der für eine komplexe Matrix  $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{n \times m}$  durch Gl. 2.5 definiert wird (siehe CHRISTEN [Chr96]):

$$(2.5) \quad \sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{M}^* \mathbf{M})}.$$

<sup>5</sup>Der Spektralradius  $\rho$  einer quadratischen Matrix ist der Betrag des größten Eigenwertes.

Dabei bezeichnet  $\lambda_i(\cdot)$  den  $i$ -ten Eigenwert der Matrix  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{M}^*$  die konjugiert komplex Transponierte von  $\mathbf{M}$ . Mit Hilfe dieser verallgemeinerten Definition der „Größe“ eines Systems kann der für Eingrößensysteme definierte *Satz der kleinen Verstärkung* auch für Mehrgrößensysteme verwendet werden.

In der Praxis erfolgt nicht die Berechnung der Singulärwerte mit Hilfe der Eigenwertberechnung laut Gl. 2.5, sondern mit Hilfe einer Singulärwertzerlegung (*singular value decomposition* SVD, vgl. RAISCH [Rai94]), weil diese eine höhere numerische Zuverlässigkeit besitzt (vgl. KLEMA und LAUB [KL80]).

Der größte und der kleinste Singulärwert einer Matrix sind bei den amplitudenbezogenen Konzepten der robusten Regelung und Filterung von besonderer Bedeutung.  $\mathbf{M}$  stelle eine lineare Abbildung des Eingangsvektors  $\mathbf{w}$  auf den Ausgangsvektor  $\mathbf{y}$  dar:

$$(2.6) \quad \mathbf{y} = \mathbf{M} \mathbf{w}.$$

Dann sind die beiden extremalen Singulärwerte auch die obere und untere Schranke der Verstärkung zwischen  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{y}$  (vgl. STRANG [Str80]):

$$(2.7) \quad \underline{\sigma}(\mathbf{M}) = \min_{\mathbf{u} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{M} \mathbf{w}\|}{\|\mathbf{w}\|} = \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{M}^* \mathbf{M})}$$

$$(2.8) \quad \overline{\sigma}(\mathbf{M}) = \max_{\mathbf{u} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{M} \mathbf{w}\|}{\|\mathbf{w}\|} = \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{M}^* \mathbf{M})}$$

Die Frequenzgangmatrix eines Systems  $\mathbf{G}(j\omega)$  stellt eine solche Abbildung zwischen Ein- und Ausgängen eines Systems dar. Angewendet auf eine solche Matrix  $\mathbf{G}(j\omega)$  ermöglichen die Singulärwerte eine Verallgemeinerung des Amplitudengangbegriffs. Insbesondere verfügt man dann mit den Gleichungen 2.7 und 2.8 über eine Minorante und eine Majorante für alle Übertragungspfade des Systems. Die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm eines Übertragungssystems läßt sich dann mit Hilfe seiner maximalen Singulärwerte definieren:

$$(2.9) \quad \|\mathbf{G}(s)\|_\infty := \sup_{\omega} \overline{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)).$$

Die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm ist ausschließlich für asymptotisch stabile Übertragungsmatrizen definiert RAISCH [Rai94]. Sie verbindet die Verstärkung des durch  $\mathbf{G}(j\omega)$  beschriebenen Systems mit einem einzigen Wert. Der *Satz der kleinen Verstärkung* kann dann auf Mehrgrößensysteme erweitert werden, indem man den für die Eingrößensysteme angewandten Spektralradius  $\rho$  durch die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm ersetzt.

## 2.3 Modellstruktur

Die Robuste Regelung und Filterung greift auf eine grundsätzliche Erweiterung der Modellstruktur zurück, um die Modellunsicherheiten in die Analyse und Synthese einzubinden. Anstatt eines einzigen Modells wird eine Modellschar eingeführt, innerhalb deren das reale und das nominale Streckenverhalten liegen. Die Modellschar soll so festgelegt werden, daß sie alle möglichen Systemverhalten abdeckt. Sie darf jedoch nicht überdimensioniert werden, um eine unnötige Konservativität zu vermeiden.

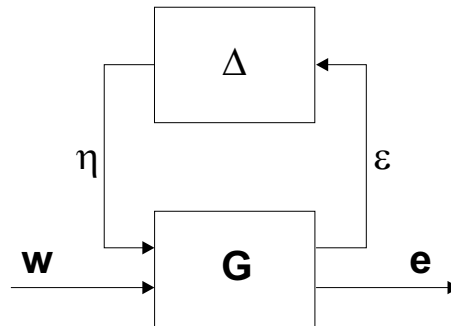


Abbildung 2.2: LFT für das Unsicherheitsmodell

Die allgemeine Darstellungsform für die Modellschar ist die *upper* LFT, die Bild 2.2 zeigt. Die Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}$  enthält zum einen die Beschreibung des nominalen Systems und zum anderen die Beschreibung, wo und in welcher maximalen Intensität das reale Verhalten davon abweichen kann. Die Matrix  $\Delta$  dient zur Erfassung der unbekannten Lage des realen Systems innerhalb der Modellschar. Diese Rückkopplung variiert demnach frei zwischen festgelegten Grenzen und Strukturen.

Die Form der Matrix  $\Delta$  beinhaltet die Information über die Unsicherheitsverteilung. Für die Gestaltung des Unsicherheitsblocks  $\Delta$  werden die Ursachen für die Abweichungen zwischen Modell und realer Strecke herangezogen. Die parametrischen Unsicherheiten, die gezielt auf die Variation eines Modellparameters zeigen, unterscheiden sich von den dynamischen, für die nur ein globales Ein-/Ausgangsverhalten betrachtet werden kann. Die Auswahl orientiert sich in erster Linie an diesem Kriterium (vgl. DOYLE [Doy82], YOUNG [You93]).

Der Strukturierungsgrad für die Abweichungsursache ist der zweite leitende Gesichtspunkt für die Festlegung der Matrix  $\Delta$ . Eine strukturierte Unsicherheit hat eine lokale Ursache, so daß die Beschreibung detailliert erfolgt. Typischerweise ist eine parametrische Unsicherheit strukturiert. Im Gegenteil können bei unstrukturierten Unsicherheiten nur globale Einflüsse identifiziert werden. Die dynamischen Unsicherheiten sind jedoch nicht unbedingt unstrukturiert, sofern sie auf ein Teilsystem konzentriert sind.

In den drei nächsten Abschnitten werden die Darstellungsformen näher erläutert,

angefangen mit den parametrischen Unsicherheiten, über die dynamischen, bis zu deren Kombinationen, die eine globale Behandlung ermöglichen.

### 2.3.1 Parametrische Unsicherheit

Falls die Modellbildung auf physikalischer Ebene erfolgt, können die Modellunsicherheiten im allgemeinen in Form zulässiger Wertebereiche für die Parameter erfaßt werden. Grund für die Parameterschwankungen sind entweder die Fehlerquellen der Identifikation oder die Variationen während des Betriebs (vgl. Abschnitt 2.1).

Die Schranken  $\underline{p}$  und  $\bar{p}$  für den Wert eines Parameters  $p$  lassen sich aus einer Abschätzung der Störquellen (Meßfehler, Identifikationsfehler, externe Einflüsse wie Temperatur, Druck) ermitteln. Das gesamte Intervall  $[\underline{p}, \bar{p}]$  wird dann wie folgt als parametrische Unsicherheit dargestellt (Bild 2.3):

$$(2.10) \quad p = p_0 + \delta_p W_p, \quad p \in \mathbb{R}$$

mit

$$(2.11) \quad p_0 = \frac{\underline{p} + \bar{p}}{2}$$

$$(2.12) \quad W_p = \frac{\underline{p} - \bar{p}}{2}.$$

und

$$(2.13) \quad |\delta_p| \leq 1, \quad \delta_p \in \mathbb{R}.$$

Dieses einfache Beispiel gibt einen Überblick über alle Elemente einer Modellschar.  $p_0$  stellt den sogenannten „nominellen Parameter“ dar. Für das hier additiv eingreifende Unsicherheitsmodell wird  $p_0$  in der Mitte des Intervalls festgelegt. Somit entspricht die halbe Intervallbreite, die  $W_p$  darstellt, dem maximalen Ausmaß der Unsicherheit. Durch diese Wahl nimmt  $W_p$  einen minimalen Wert an, was sich positiv auf die Konservativität auswirkt.

Die festen Größen  $p_0$  und  $W_p$  gehören in den bekannten Teil des Modells und werden in der Matrix  $\mathbf{G}$  abgebildet (vgl. Bild 2.2). Hingegen bleibt der Unsicherheitsoperator  $\delta_p$  frei und ermöglicht laut Gl. 2.13, daß  $p$  in Gl. 2.10 genau das gesamte Intervall  $[\underline{p}, \bar{p}]$  durchlaufen kann.

Die Betragsbeschränkung für  $\delta_p$  in Gl. 2.13 ist willkürlich. Durch die passende Festlegung der Unsicherheitsamplitude  $W_p$  wird sie jedoch immer ermöglicht. Zudem wird dadurch die Robustheitsuntersuchung vereinfacht und vereinheitlicht (vgl. Kapitel 2.5).



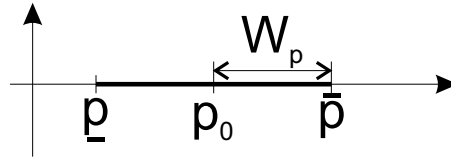


Abbildung 2.3: Parametrische Unsicherheit

Falls mehrere parametrische Unsicherheiten vorhanden sind, nimmt der Unsicherheitsoperator eine diagonale Form an. An der Abwesenheit von Verkopplungen, die sich mathematisch durch die nullwertigen Elemente der Nebendiagonale äußern (Gl. 2.14), erkennt man eine hohe Strukturierung des Unsicherheitsmodells. Eine weitere Stufe in der Informationsverdichtung ist in Verbindung mit den Blöcken  $\delta_{p3}$  und  $\delta_{p4}$  vorgestellt. Die Dimension der Identitätsmatrix  $\mathbf{I}$  ergibt hierbei die Anzahl der Modellparameter, die durch die Unsicherheitsoperatoren  $\delta_{p3}$  und  $\delta_{p4}$  gleichwertig verändert werden. Ein Beispiel für eine solche Unsicherheitsquelle ist die Auswirkung einer Temperaturschankung auf mehrere Widerstände.

$$(2.14) \quad \Delta_p = \begin{bmatrix} \delta_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{p2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{p3}\mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{p4}\mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}.$$

Die parametrischen Fehlermodelle haben den Vorteil, eine genaue und ursachenbezogene Erfassung der Modellfehler zu ermöglichen. Dadurch werden im Entwurf weniger konservative Ergebnisse erwartet. Jedoch steigt die Komplexität stark an, wenn mehrere Intervalle den Parameterraum aufspannen. Deshalb soll der Einsatz parametrischer Unsicherheitsmodelle auf die wesentlichen Parameterschwankungen beschränkt bleiben, während sekundäre Einflüsse entweder global erfaßt oder sogar vernachlässigt werden. Zum einen wird die Berücksichtigung dynamischer Modelle dadurch motiviert. Zum anderen existieren Modellfehler, wie vernachlässigte Dynamikanteile, die eine strukturelle Erweiterung des Modells hervorrufen. Diese wird durch die dynamische Unsicherheitsbeschreibung möglich.

### 2.3.2 Dynamische Unsicherheit

Die parametrischen Unsicherheiten können keine strukturellen Modellfehler beschreiben, die infolge einer Linearisierung oder der Vernachlässigung dynamischer Anteile entstehen. Da diese Fehlerart einen Teil oder sogar den gesamten Frequenzgang des Modells betreffen, werden sogenannte dynamische Fehlermodelle zur Darstellung herangezogen. Verschiedene Modellierungen existieren für die dynamischen Unsi-

cherheiten, u.a. additiv, multiplikativ oder in kopprime Faktoren<sup>6</sup> aufgespaltet (vgl. RAISCH [Rai94], DOYLE und STEIN [DS81], DOYLE *et al.* [DWS82], MCFARLANE und GLOVER [MG89], ZHOU und DOYLE [KZ98]).

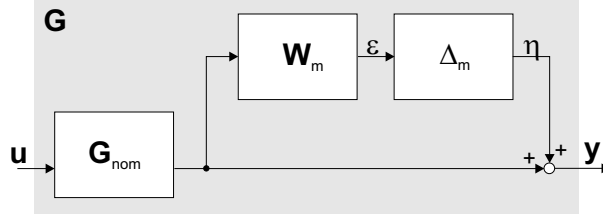


Abbildung 2.4: Multiplikative dynamische Unsicherheit

Exemplarisch wird die multiplikative Unsicherheit genauer vorgestellt. Bild 2.4 zeigt, wie die Abweichungen zwischen nominellem Modell  $\mathbf{G}_{nom}$  und realer Strecke  $\mathbf{G}$  durch das Produkt  $\mathbf{W}_m \cdot \Delta_m$  berücksichtigt werden. Es gilt:

$$(2.15) \quad \mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_{nom}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{W}_m(s) \Delta_m(s)).$$

Ähnlich zu den parametrischen Unsicherheiten (vgl. Abschnitt 2.3.1) unterscheidet man zwischen den bekannten Modellteilen,  $\mathbf{G}_{nom}$  und  $\mathbf{W}_m$ , und dem lediglich im Betrag begrenzten Unsicherheitsblock  $\Delta_m$ . Die Unsicherheitsamplitude  $\mathbf{W}_m$  soll so gewählt werden, daß

$$(2.16) \quad \|\Delta_m\|_\infty \leq 1.$$

Außerdem wird  $\mathbf{W}_m$  durch die geeignete mittelwertige Festlegung des nominellen Modells  $\mathbf{G}_{nom}$  innerhalb der Modellschar minimiert.

Der grundlegende Unterschied des dynamischen Modells gegenüber dem parametrischen liegt in der Frequenzabhängigkeit der Unsicherheitsamplitude  $\mathbf{W}_m$ . Daher sind die Unsicherheitsblöcke komplexwertig und voll besetzt. Es gilt:

$$(2.17) \quad \Delta_m \in \mathbb{C}^{m \times n}.$$

Durch die Einführung komplexer Zahlen können alle Phasenlagen im Unsicherheitspfad  $\mathbf{W}_m \cdot \Delta_m$  auftreten. Die voll besetzte Matrix deutet auf den Verlust jeglicher Strukturierung hin. Bild 2.5 zeigt anschaulicherweise die erhaltene Modellschar für ein Eingrößensystem. Die Kreisscheiben um jeden Punkt der Ortskurve des nominellen Modells  $G$  haben den Radius  $|G(j\omega) \cdot W_m(j\omega)|$ . Jeder Punkt eines Kreises kann durch eine passende Besetzung des Unsicherheitsblocks  $\Delta_m$  erreicht werden. Die Gesamtheit der Kreisscheiben bildet ein Band, innerhalb dessen sich das wahre Verhalten der Strecke befindet.

<sup>6</sup>Ein Matrizenpaar  $\mathbf{N}(s) \in \mathcal{RH}_\infty^{p \times q}$  und  $\mathbf{M}(s) \in \mathcal{RH}_\infty^{q \times q}$  (bzw.  $\tilde{\mathbf{M}}(s) \in \mathcal{RH}_\infty^{p \times p}$ ) heißt rechts (bzw. links) kopprime Faktorisierung einer Übertragungsmatrix  $\mathbf{G}(s)$ , wenn  $\mathbf{G}(s) = \mathbf{N}(s)\mathbf{M}^{-1}(s)$  (bzw.  $G(s) = \tilde{\mathbf{M}}^{-1}(s)\mathbf{N}(s)$ ).

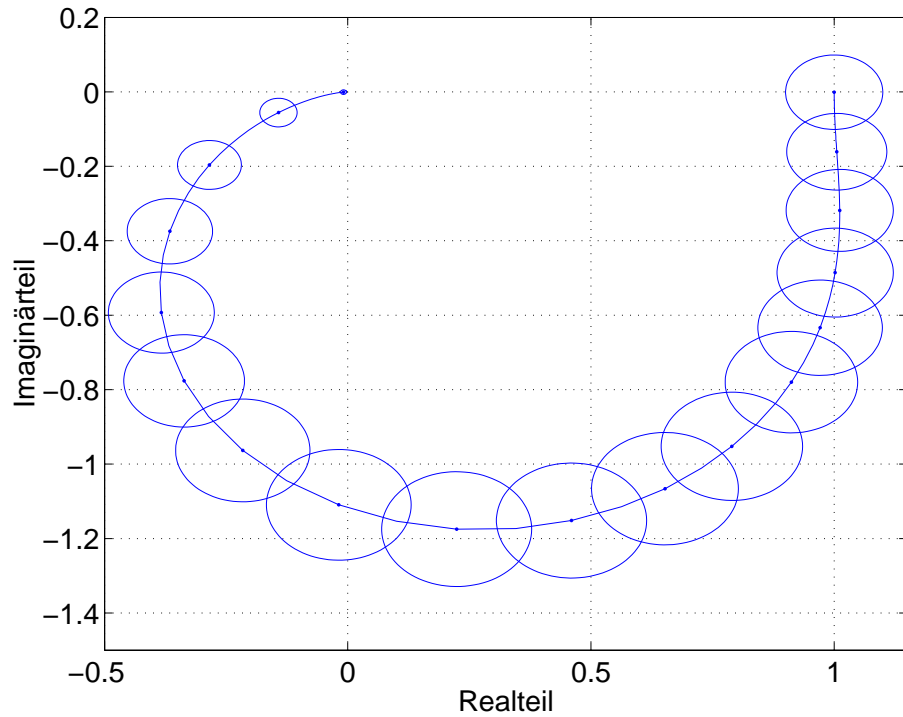


Abbildung 2.5: Modellschar mit dynamischer Unsicherheit

### 2.3.3 Verallgemeinerter Modellfehler

Die Abweichungen zwischen Modell und Realität resultieren normalerweise aus mehreren Ursachen und erfordern die Kombination parametrischer und dynamischer Unsicherheiten. Außerdem können Unsicherheiten unabhängigen Teilmodellen zugeschrieben werden, so daß aus einer globalen Sicht das Unsicherheitsmodell ein zusätzliches Maß an Struktur gewinnt.

Mit Hilfe der  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm können nur voll besetzte Unsicherheitsmatrizen  $\Delta$  in dem Entwurf eingebunden werden. Ein solches globales Unsicherheitsmodell, das nicht die genaue Information über Quelle und Auswirkung der Modellabweichung berücksichtigt, erweist sich oft als zu konservativ. Im Abschnitt 2.4 wird ein Kriterium für robuste Stabilität basierend auf dem sogenannten strukturierten Singulärwert  $\mu$  vorgestellt. Die  $\mu$ -Theorie greift auf Modellklassen  $\underline{\Delta}$  zurück, die die Strukturierung der Unsicherheiten widerspiegeln. Die Menge der zulässigen Blockstrukturmatrizen wird definiert als:

$$(2.18) \quad \underline{\Delta} = \{ \Delta : \Delta = \text{diag}[\delta_{pi} \mathbf{I}_{pi}, \dots, \delta_{dj} \mathbf{I}_{dj}, \dots, \Delta_{dk}], \delta_{pi} \in \mathbb{R}, \delta_{dj} \in \mathbb{C}, \Delta_{dk} \in \mathbb{C}^{m \times n} \}.$$

Der strukturierte Singulärwert  $\mu$  wird später in Bezug auf eine Unsicherheitsklasse  $\underline{\Delta}$  definiert. Durch die Diagonalform deren Elemente  $\Delta$  werden Wechselwirkungen zwischen Unsicherheitsquellen vermieden. Außerdem werden parametrische und dynamische Unsicherheiten in der Definition unterschieden (Gl. 2.18).

## 2.4 Performanceanforderungen

### 2.4.1 Spezifikation der Anforderung der Filtergüte

Neben der robusten Stabilität soll die  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Synthese dem Regel- oder Filterkreis Eigenschaften verleihen, die einem Wunschverhalten gemäß eines Gütefunktions als nahe kommt. Die Filterung unterscheidet sich aber von der Regelung aus zwei Gründen:

- Die Stabilität ist von untergeordneter Bedeutung, weil das Filter keinen Einfluß auf die Strecke ausübt. Demzufolge kann das System nicht durch die Filtermatrix stabilisiert werden (vgl. APPLEBY [App91]). Die Stabilität ist jedoch eine Voraussetzung sowohl aus Systemsicht, als auch für die später vorgestellten Kriterien (vgl. Abschnitt 2.5).
- In der Anforderungsdefinition wird ein einziges Ziel verfolgt: die Minimierung der Übertragungsfunktion zwischen allen Meßgrößen und dem Schätzfehler. Der Schätzfehler ist stets die Abweichung zwischen tatsächlichen und geschätzten Werten des zu filternden Signals und bildet demnach in einer Analogie zum Regelkreis das Pendant zur Regelabweichung. Im Gegensatz werden für den Entwurf eines Reglers andere Ziele in Betracht gezogen, wie zum Beispiel die Begrenzung der Stellaktivität. Dies führt dort zu komplexen Gewichtungsschemen, wobei das sogenannte S/KS/T-Schema das verbreitetste ist (vgl. SATTLEER [Sat01]).

Die Definition einer Wunschübertragungsfunktion für das Filterverhalten folgt den Ideen des *loop shaping*. Im allgemeinen wird ein Tiefpaßverhalten für die Übertragung zwischen dem Eingangsvektor  $\mathbf{w}$  und dem Schätzfehler  $e_f$  gewünscht. Zum einen dominiert das Signalrauschen auf den Meßwerten im hochfrequenten Bereich, weshalb dort keine Information mehr gewonnen werden kann. Diese Frequenzbereiche werden ausgefiltert. Zum anderen interessiert man sich in der Regel für nachhaltige Variationen, welche durch kleine Eckfrequenzen gekennzeichnet sind. Die genauen Eckdaten der Wunschübertragungsfunktion werden durch den Entwickler anhand einer Spezifikation festgelegt.

Die Wunschübertragungsfunktion  $\mathbf{T}_{efw}$  zwischen Eingängen und Schätzfehler wird in der Filtersynthese durch eine Gewichtungsfunktion  $\mathbf{W}_f$  dargestellt, die als ihre Inverse gewählt wird. Grund hierfür ist die Behandlung der Anforderungen als eine erweiterte Stabilitätsbedingung (vgl. *Main Loop Theorem* im Abschnitt 2.5). Das Ziel der Filtersynthese nimmt die Form an:

$$(2.19) \quad \|\mathbf{T}_{ew}\|_\infty < 1.$$

Für die Gesamtübertragungsfunktion während der Synthese gilt:

$$(2.20) \quad \mathbf{T}_{ew} = \mathbf{W}_f \cdot \mathbf{T}_{efw}.$$

Die resultierende Gewichtungsfunktion  $\mathbf{W}_f$  über den Schätzfehler soll demnach über alle Frequenzen folgende Beziehung erfüllen:

$$(2.21) \quad \bar{\sigma}(\mathbf{W}_f) < \frac{1}{\bar{\sigma}(\mathbf{T}_{efw})}.$$

Durch die Optimierung der Filterübertragungsfunktion soll die Bedingung 2.21 für alle Frequenzen mit möglichst wenig Reserve erfüllt werden.

### 2.4.2 Fehlerdarstellung

Die robusten Filter werden in dieser Arbeit zur Fehlererkennung eingesetzt. Diese Zielsetzung bedeutet eine Erweiterung der Anforderungen an einen Beobachter oder Filter, die sich in einem einheitlichen Rahmen darstellen lassen.

Die klassische Problemstellung der Filterung beruht auf der Isolierung eines Nutzsymbols  $s$  aus einer durch zusätzliche Quellen (Störung oder Kopplung, Rauschen, usw.) beeinflussten Messgröße  $y$ . Der Beobachter stellt einen Sonderfall dar, bei dem das Nutzsymbols die inneren Zustände  $x$  eines Streckenmodells sind. Wie zuvor vorgestellt, läßt sich diese Aufgabe allgemein durch die Minimierung der Übertragungsfunktion  $\mathbf{T}_{efw}$  formulieren, wobei  $e_f = s - \hat{s}$  bzw.  $e_f = x - \hat{x}$  und  $\mathbf{w}$  alle externen Anregungen des Systems zusammenfaßt.

Dieses Konzept kann auch zur Fehlerdetektion angewandt werden. Das Nutzsymbols  $f$  wird so gewählt, daß es fehlerrepräsentativ ist. Wenn das Filter  $\mathbf{F}$  den Schätzfehler  $e_f = f - \hat{f}$  ausreichend eingrenzt, kann aus dem geschätzten Wert  $\hat{f}$  der unbekannte, in den Messgrößen beinhaltete Fehler  $f$  identifiziert werden.

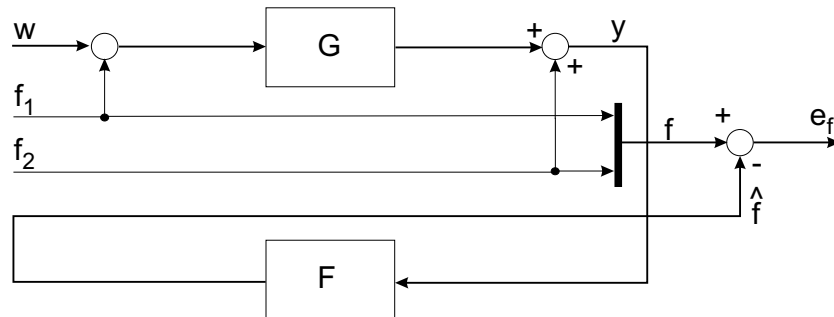


Abbildung 2.6: Additive Fehlermodelle

Ein additiver Fehler kann durch ein einfaches Fehlermodell im Entwurf berücksichtigt werden. Der unbekannte Fehler  $f$  wird den Steuer- oder Meßgrößen hinzugefügt. Additive Fehler sind in den zum Prozeß gehörenden Komponenten konzentriert. Ein

Fehler im Aktor<sup>7</sup> wird durch einen additiven Fehlersignal am Eingang des Prozesses abgebildet (vgl.  $f_1$  im Bild 2.6). Ein Sensorfehler wird dem physikalischen Ausgang des Prozesses addiert, um die Meßgröße zu bilden ( $f_2$  im Bild 2.6). Im Kapitel 5 wird der Synthese eines robusten Detektionsfilters für diese Fehlerart nachgegangen.

Ein prozeßinterner Fehler bewirkt eine Änderung des Modells, die sich entweder an einem oder mehreren Parametern des Modells bemerken läßt oder sogar eine Erweiterung der Modellstruktur hervorruft. Eine Parameteränderung stellt einen multiplikativen Fehler dar, weil dieser sich proportional zum Signal verhält. Dieser multiplikative Zusammenhang kann mit Hilfe nichtlinearer Methoden direkt beobachtet werden. Der Parameter stellt selbst das Fehlermodell dar. Das Erweiterte Kalman Filter (vgl. OEHLER [Oeh01], KRESS *et al.* [CIKS02]) oder Neuronale Netze (vgl. PATTON *et al.* [RJPS94]) eignen sich zur Abbildung solcher nichtlinearer Vorgänge.

Die  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Methode zur Synthese robuster Filter ist auf lineare Modelle beschränkt. Zur Betrachtung interner Fehler sollen deshalb approximative Fehlermodelle eingesetzt werden, die eine Parameteränderung abbilden. Es werden zwei Ansätze verfolgt:

- Ein additives Fehlermodell in Form eines externen Fehlers  $f_1$  (vgl. Bild 2.7), der im Fehlerpfad vor oder nach den betroffenen Parametern direkt im Streckenmodell eingreift, stellt die erste, approximative Lösung dar. Unglücklicherweise geht bei dieser Fehlerdarstellung die Beziehung zwischen Fehleramplitude und Anregung verloren.
- Für die Darstellung der Unsicherheiten im robusten Entwurf wurden explizite parametrische Variationsmodelle eingeführt (siehe Abschnitt 2.3.1). Es liegt nahe den gleichen Ansatz als Fehlermodell zu verfolgen. Da der Unsicherheitsblock  $\delta$  lediglich im Betrag beschränkt ist, bietet sich der notwendige Freiheitsgrad an, um einen unbekannten Fehler durch seinen Ausgang  $f_2$  abzubilden (vgl. Bild 2.7). Der Vorteil liegt im multiplikativen Charakter des Fehlermodells.

Beide Ansätze werden im Kapitel 4 im Rahmen einer Grundsatzuntersuchung analysiert.

## 2.5 Robustheitsanalyse und Filtersynthese

Nachdem die Vorstellung der Syntheseumgebung durch die Erfassung der Anforderungen abgeschlossen worden ist, soll jetzt der Frage der Robustheitsanalyse nach-

---

<sup>7</sup>In dieser Arbeit wird der Begriff *Aktor* für die Leistungsstufe eingesetzt, die die Stellgröße des Prozesses aufbereitet. Der Begriff *Aktuator* kennzeichnet den betrachteten Prozeß selbst.

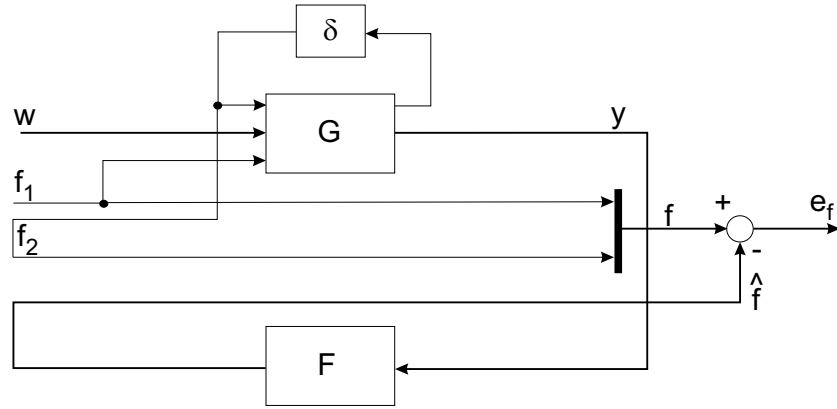


Abbildung 2.7: Multiplikative Fehlermodelle

gegangen werden. Daraus wird das *main loop theorem* abgeleitet, das den Leitfaden zur Synthese eines robusten Filters bildet.

Bild 2.8 faßt die Unsicherheiten und die Anforderungen in einer erweiterten Filterstrecke  $\mathbf{P}$  zusammen, die aus zwei LFTs besteht. Der Fehler  $f$  ist explizit als ein Element des Eingangsvektors dargestellt, und  $W_f$  gewichtet den Schätzfehler  $f - \hat{f}$ . Die Unsicherheit ist exemplarisch dynamisch und additiv.

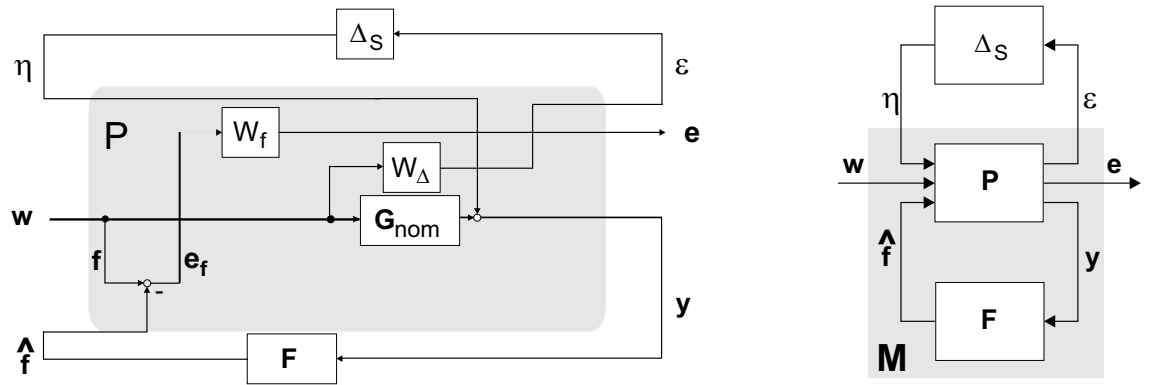


Abbildung 2.8: Erweiterte Regelkreisstruktur zur Robustheitsanalyse

Im Bild 2.8 rechts ist die *lower LFT* von  $\mathbf{P}$  mit dem Filter  $\mathbf{F}$  hervorgehoben. Der Filterkreis  $\mathbf{M}$  bildet die Grundlage der Robustheitsanalyse:

$$(2.22) \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{e\eta} & \mathbf{M}_{ew} \\ \mathbf{M}_{e\eta} & \mathbf{M}_{ew} \end{bmatrix} = \mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{F}).$$

Die Performance eines robusten Detektionsfilters soll für alle Unsicherheitsblöcke  $\Delta_S$  gelten. Der Filterkreis wird deshalb durch die *upper LFT* geschlossen, um die Übertragungsfunktion  $\mathbf{T}_{ew}$  zu bilden:

$$(2.23) \quad \mathbf{T}_{ew} = \mathcal{F}_U(\mathbf{M}, \Delta_S).$$

Voraussetzung für die robuste Performance ist die Einhaltung der Anforderung (vgl. Gl. 2.19) für die nominelle Strecke. Die Eigenschaften der Übertragungsfunktion  $\mathbf{M}$  grenzen diese Möglichkeiten ein und erlauben zudem eine günstige Auswahl der Residuenstruktur (vgl. FRISK und NIELSEN [FN99]). Die Berücksichtigung der Unsicherheiten der Übertragungsmatrix  $\mathbf{T}_{ew}$  in der Analyse wird durch eine Erweiterung des *small gain theorem* und des Stabilitätskonzepts ermöglicht. Um die Struktur der Unsicherheiten (siehe Abschnitt 2.3) in Betracht ziehen zu können, wird der strukturierte Singulärwert in einem zweiten Schritt eingeführt.

### 2.5.1 Kriterium für die Robuste Stabilität

Im Bild 2.8 sei die Übertragungsmatrix  $\mathbf{M}$  asymptotisch stabil. Dies entspricht der allgemeinen Voraussetzung nach einem stabilen nominellen Regelkreis, die auch für den Fall eines Filterkreises gilt. Außerdem gehören die Unsicherheitsblöcke  $\Delta_S$  der Menge  $\mathcal{RH}_\infty$  der stabilen realisierbaren Übertragungsfunktionen an. Somit gelten die Annahmen des *small gain theorem*, und eine notwendige und hinreichende Bedingung für robuste Stabilität lautet (vgl. RAISCH [Rai94]):

$$\begin{aligned} \rho[\mathbf{M}\Delta_S] &\leq \bar{\sigma}[\mathbf{M}\Delta_S] \leq \bar{\sigma}[\mathbf{M}]\bar{\sigma}[\Delta_S] < \bar{\sigma}[\mathbf{M}] \leq 1 \\ (2.24) \quad &\Rightarrow \|\mathbf{M}\|_\infty \leq 1. \end{aligned}$$

Dieses Kriterium wird benutzt, um die robuste Stabilität eines Regelkreises zu beurteilen. Im Fall eines Filters oder Beobachters ergibt sich an dieser Stelle ein wesentlicher Unterschied, insofern als die Filterfunktion  $\mathbf{F}$  keinen Einfluß auf die rückgekoppelten Unsicherheiten ausüben kann. Das erkennt man im Bild 2.8 links am Pfad des geschätzten Fehlers  $\hat{f}$ , der direkt nach  $e_F$  bzw.  $e$  führt. Deshalb muß der eigentliche Unsicherheitskreis  $\mathbf{G}_{nom}\Delta_S$  an sich stabil sein.  $\mathbf{G}_{nom}$  muß stabil sein, und die Bedingung  $\|\mathbf{G}_{nom}\|_\infty < 1$  muß gelten, damit die robuste Stabilität des Filterkreises gewährleistet ist. Wenn diese Bedingung gelten, dann sind unabhängig von der Filtermatrix  $\mathbf{F}$  alle Filterkreise robust stabil (vgl. APPLEBY [App91]).

### 2.5.2 Kriterium für die Robuste Performance

Im Abschnitt 2.2 wurden der *Satz der kleinen Verstärkung* sowie der *Singulärwert* und die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm vorgestellt. Mit Hilfe dieser Begriffe kann eine notwendige Bedingung für die robuste Performance abgeleitet werden.

Die Performance des geschlossenen Filterkreises ist durch die Verstärkung zwischen den freien Eingängen  $\mathbf{w}$  (inklusive des Fehlers  $f$ ) und dem Schätzfehler  $e$  gekennzeichnet. Die Größe dieser Übertragungsfunktion wird mit Hilfe der  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm berechnet, die Gl. 2.9 im Frequenzbereich definiert. Eine Interpretation im Zeitbereich, die Gl. 2.8 andeutet, läßt sich für asymptotisch stabile Übertragungsmatrizen



ermitteln. Der maximale Singulärwert entspricht dann der maximalen Amplitudenverstärkung eines harmonischen Eingangssignals der Frequenz  $\omega$ . Die Norm  $\|\mathbf{T}_{ew}\|_\infty$  beträgt deshalb die Wurzel der maximalen Energieverstärkung des energiebegrenzten Signals  $w$  durch den Filterkreis [Rai94]:

$$(2.25) \quad \|\mathbf{T}_{ew}\|_\infty = \sup_{\mathbf{w}(t) \neq 0, \|\mathbf{w}(t)\|_2 < \infty} \sqrt{\frac{\int_0^\infty e(t)^T e(t) dt}{\int_0^\infty \mathbf{w}(t)^T \mathbf{w}(t) dt}}$$

Diese Eigenschaft, die die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm einer Übertragungsmatrix mit einer Norm ihrer Ein- und Ausgangssignale verbindet, ist eine Voraussetzung zum Einsatz des *Satzes der kleinen Verstärkung* (vgl. APPLEBY [App91]). Weiterhin begründet diese Verbindung den Bezug der Performance eines Filters auf die Verstärkung einer Übertragungsfunktion.

Laut Gl. 2.23 berücksichtigt die Übertragungsmatrix  $\mathbf{T}_{ew}$  die Unsicherheiten  $\Delta_S$ , deren maximalen Betrag Eins ist. Infolge dieser Normierung wird *robuste Performance* erreicht, wenn Gl. 2.19 gilt (vgl. DOYLE [Doy85]).

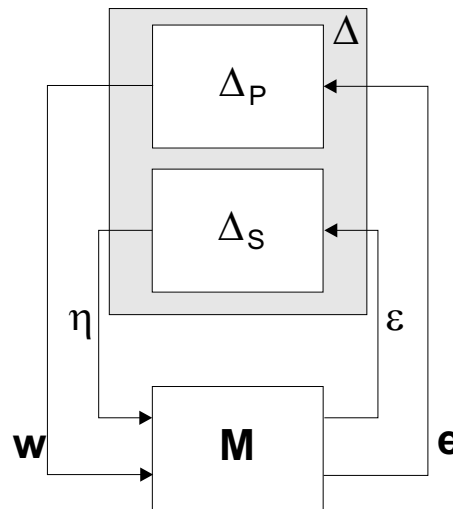


Abbildung 2.9: Regelkreisstruktur zur vereinheitlichten Robustheitsanalyse

Um aus der Bedingung 2.19 ein Kriterium für robuste Performance zu erlangen, wird der Kreis mit einer fiktiven Unsicherheit  $\Delta_P$  erweitert (vgl. Bild 2.9). Dieser Unsicherheitsblock ist vollbesetzt, asymptotisch stabil und soll nur begrenzt sein:

$$(2.26) \quad \|\Delta_P\|_\infty < 1.$$

Es verbindet den Ausgang  $\mathbf{e}$  zum Eingang  $\mathbf{w}$ , so daß das *small gain theorem* auf den Gesamtkreis angewandt werden kann. Der Unsicherheitsblock

$$(2.27) \quad \Delta = \begin{bmatrix} \Delta_S & 0 \\ 0 & \Delta_P \end{bmatrix}$$

ist asymptotisch stabil. Die Stabilität des Filterkreises  $\mathbf{M}$  wird ebenfalls vorausgesetzt. Mathematisch läßt sich diese Eigenschaft so formulieren:

$$(2.28) \quad \det[\mathbf{I} - \mathbf{M}(s)\mathbf{\Delta}(s)] > 0.$$

Im Abschnitt 2.5.1 wurde die robuste Stabilität als vorausgesetzt bewiesen. Sie wird durch Gl. 2.28 impliziert. Diese Gleichung ist zudem eine ausreichende Bedingung für Gl. 2.19 (vgl. ZHOU, DOYLE und GLOVER [ZDG95]), so daß folgende Äquivalenz gilt (*main loop theorem*):

$$(2.29) \quad \|\mathbf{M}\|_\infty < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \|\mathbf{M}_{e\eta}\|_\infty < 1 \\ \|\mathbf{T}_{ew}\|_\infty < 1 \end{cases}.$$

Das *main loop theorem* besagt, daß die Bedingung zur robusten Stabilität des gesamten Filterkreises  $\|\mathbf{M}\|_\infty < 1$  zur Erfüllung des Kriteriums nach robusten Performance des Filterkreises  $\|\mathbf{T}_{ew}\|_\infty < 1$  notwendig ist. Die zusätzliche Bedingung zur Umkehrung der Aussage ( $\|\mathbf{M}_{vz}\|_\infty < 1$ ) ist im Fall eines Filters Voraussetzung.

### 2.5.3 Robuste Performance für strukturierte Unsicherheit

Das abgeleitete Kriterium in Gl. 2.19 bzw. 2.29 berücksichtigt nicht die eventuelle Struktur des Unsicherheitsblocks  $\mathbf{\Delta}_S$ , sowie die immer vorhandene Diagonalform der Matrix  $\mathbf{\Delta}$  (vgl. Gl. 2.13). Dies führt zu einem unnötig strengen Kriterium, insofern als in der Realität ausgeschlossene Konfigurationen für die Analyse in Betracht gezogen werden. Die Folge ist eine Konservativität der Entwürfe, die lediglich auf der  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm basieren.

Dies motivierte die Einführung der *strukturierten Singulärwerte* durch DOYLE [Doy82], um ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für robuste Stabilität bei vielfältigen Unsicherheitsmodelle zu erlangen. Der strukturierte Singulärwert  $\mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M})$  einer Übertragungsmatrix  $\mathbf{M}$  wird in Bezug auf die Struktur des Unsicherheitsblocks  $\underline{\Delta}$  definiert, der laut Gl. 2.18 zu der Menge  $\underline{\Delta}$  gehört:

$$(2.30) \quad \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) = \begin{cases} \frac{1}{\min_{\mathbf{\Delta} \in \underline{\Delta}} \{\bar{\sigma}(\mathbf{\Delta}) : \det(\mathbf{I} - \mathbf{M} \mathbf{\Delta}) = 0\}} \\ 0, \quad \forall \mathbf{\Delta} \in \underline{\Delta} : \det(\mathbf{I} - \mathbf{M} \mathbf{\Delta}) \neq 0 \end{cases}.$$

Der strukturierte Singulärwert gibt die minimale Größe  $\bar{\sigma}(\mathbf{\Delta})$  eines Unsicherheitsblocks an, die das geschlossene System instabil werden läßt. Wird  $\mu_{\underline{\Delta}}$  größer als 1, dann existiert ein Unsicherheitsblock  $\mathbf{\Delta} \in \underline{\Delta}$ , so daß  $\bar{\sigma}(\mathbf{\Delta}) < 1$  und  $\det(\mathbf{I} - \mathbf{M} \mathbf{\Delta}) = 0$ . Umgekehrt bedeutet ein  $\mu$ -Wert kleiner als 1, daß der kleinste Unsicherheitsblock  $\mathbf{\Delta}$ , der das System singulär werden läßt, die Verstärkung:

$$(2.31) \quad \bar{\sigma}(\mathbf{\Delta}) > 1$$

besitzt. Demzufolge existiert kein Unsicherheitsblock  $\Delta_i \in \underline{\Delta}$ , so daß  $\|\Delta\|_\infty < 1$  und daß somit das mit  $\Delta$  geschlossene System instabil wird. Das *main loop theorem*, das auf der Stabilität eines mit Unsicherheiten geschlossenen Kreises beruht, läßt sich dann aus Gl. 2.29 wie folgt formulieren:

$$(2.32) \quad \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}(j\omega)) < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \mu_{\underline{\Delta}_S}(\mathbf{M}_{vz}) < 1 \\ \max_{\Delta_S \in \underline{\Delta}_S} \mu_{\underline{\Delta}_P}(\mathcal{F}_U(\mathbf{M}, \Delta_S)) < 1 \end{cases} .$$

Der strukturierte Singulärwert kann aus Rechenzeitgründen nicht explizit berechnet werden (vgl. YOUNG [You93]) und wird daher in der Praxis durch Schranken abgeschätzt. Die Schranken lassen sich intuitiv aus den extremen Fällen im Strukturierungsgrad der Unsicherheiten ableiten, wofür exakte, leicht berechenbare  $\mu$ -Werte angegeben werden können:

- Für einen vollbesetzten Block  $\underline{\Delta} = \mathbb{C}^{n \times n}$ , der einer unstrukturierten Unsicherheit entspricht, geht  $\mu$  aus dem größten Singulärwert hervor:

$$(2.33) \quad \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) = \bar{\sigma}(\mathbf{M}).$$

- Für einen Diagonalblock  $\underline{\Delta} = \{\delta_r \mathbf{I}_n | \delta_r \in \mathbb{R}\}$  ist ein Maximum an Struktur erhalten. Der  $\mu$ -Wert entspricht dann dem größten Eigenwert der Matrix  $M$ :

$$(2.34) \quad \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) = \rho_r(\mathbf{M}).$$

Für einen beliebigen gemischten Unsicherheitsblock gilt folglich:

$$(2.35) \quad \rho_r(\mathbf{M}) \leq \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) \leq \bar{\sigma}(\mathbf{M}).$$

Diese Eingrenzung ist im Normalfall zu grob, weshalb Skalierungsmatrizen  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{D}$  eingeführt werden, die zwei Eigenschaften erfüllen:

- Durch ihre Struktur gehören sie der Menge  $\underline{\Delta}$  an, und sie lassen den  $\mu$ -Wert einer Übertragungsmatrix invariant.
- Sie bewirken, daß die Eigenwerte bzw. Singulärwerte der Matrix  $M$  dicht beieinander liegen, so daß eine genaue Abschätzung des  $\mu$ -Wertes erfolgt.

Es gilt:

$$(2.36) \quad \max_{\mathbf{U} \in \underline{\mathbf{U}}} \rho_r(\mathbf{U}\mathbf{M}) \leq \mu_{\underline{\Delta}}(\mathbf{M}) \leq \inf_{\mathbf{D} \in \underline{\mathbf{D}}} \bar{\sigma}(\mathbf{D}\mathbf{M}\mathbf{D}^{-1}),$$

wobei  $\underline{\mathbf{U}}$  und  $\underline{\mathbf{D}}$  Untermengen von  $\underline{\Delta}$  sind. Näheres kann man YOUNG [You93], DOYLE *et al.* [FTD91] entnehmen.

### 2.5.4 Filtersynthese

Aus Gl. 2.32 für die  $\mu$ -Analyse leitet sich die Formulierung des  $\mu$ -Synthese-Problems ab (vgl. DOYLE [Doy85]):

$$(2.37) \quad \min_F \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\underline{\Delta}}(\mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{F})(j\omega)) < 1.$$

Die Filtermatrix  $\mathbf{F}$  wird so gewählt, daß der  $\mu$ -Wert ein Minimum über alle Frequenzen annimmt. Ist dieses Minimum kleiner als 1, dann sind alle Anforderungen, insbesondere nach Robustheit, erfüllt. Im Gegensatz wird das Überschreiten dieses Grenzwertes eine Iteration des Entwicklungsprozesses erfordern, die entweder durch eine neue Festlegung der Anforderung (vgl. Gl. 2.21), oder durch eine neue Modellierung, z.B. indem bekannte Modellfehler vernachlässigt werden.

Das Optimierungsproblem 2.37 ist nicht explizit lösbar, weil die  $\mu$ -Werte nur approximiert werden können. Demzufolge läßt sich das Problem nur iterativ lösen, wobei die Approximierung der  $\mu$ -Werte durch eine  $D$ -Skalierung (vgl. Gl. 2.35) und die Suche nach einem minimierenden Filter  $\mathbf{F}$  nacheinander erfolgen. Beide Probleme sind an sich konvex und es wird angenommen, daß die iterative Vorgehensweise tatsächlich zu einer Minimierung führt. Dieser Prozeß nennt sich in der Regelungstheorie D-K-Iteration, wobei der K-Schritt auf die eigentliche Synthese des Reglers  $K$  hindeutet.

Das Optimierungsproblem wird dementsprechend umformuliert:

$$(2.38) \quad \min_F \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \inf_{\mathbf{D} \in \underline{\mathbf{D}}} \bar{\sigma}(\mathbf{D}(j\omega) \mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{F})(j\omega) \mathbf{D}(j\omega)^{-1})$$

Die K-Iteration, bzw. F-Iteration, entspricht, bei fester Skalierungsmatrix  $D$ , einem konventionellen  $\mathcal{H}_\infty$ -Problem, insofern als die  $\mathcal{H}_\infty$ -Norm des skalierten Systems  $\mathbf{D}(j\omega) \mathcal{F}_L(\mathbf{P}, \mathbf{F})(j\omega) \mathbf{D}(j\omega)^{-1}$  minimiert wird. Die D-Iteration entspricht der Berechnung der oberen Schranke für die  $\mu$ -Werte (vgl. Gl. 2.35) und läßt somit die Struktur der Unsicherheiten ins Problem einfließen.

Die D-K-Iteration wurde von DOYLE [Doy85] vorgeschlagen. Der Nachteil dieser Methode liegt in einer gewissen Konservativität, insofern als sie auf komplexe Unsicherheitsblöcke beschränkt ist. Für parametrische, reale Unsicherheiten bedeutet diese Einschränkung die Überschätzung der Unsicherheiten. Jedoch bringt diese Methode Vorteile für die Filterordnung, also den Zeit- und Rechenaufwand. Schließlich existieren weitere Iterationsmethoden, die reale Elemente in den Unsicherheitsblöcken berücksichtigen können. Die (D,G)-K-Iteration wurde von YOUNG [You93] vorgeschlagen und basiert auf einer anderweitigen Approximation der oberen  $\mu$ -Schranke im Fall einer gemischten realen/komplexen  $\underline{\Delta}$ -Struktur vgl. DOYLE *et al.* [FTD91]. Die  $(\mu, D)$ -K-Iteration von TØFFNER-CLAUSEN [STCN95] stellt eine weitere Alternative dar.

### 3 Der elektrohydraulische Stellantrieb

Das folgende Kapitel wird der Vorstellung eines elektrohydraulischen Stellantriebs gewidmet, der als Versuchsträger für die vorgestellte Fehlerdetektionsmethode dienen wird. Dieser Stellantrieb findet seinen Einsatz in einem modernen *Fly-by-wire*-Flugzeug als Bindeglied zwischen dem Flight Control Computer (FCC) und dem Seitenruder des Flugzeugs. Er gehört somit der primären Flugsteuerung an und wird, wie alle Komponenten des sicherheitskritischen Pfades, strengen Sicherheitsanforderungen unterworfen. In diesem Zusammenhang erscheint die Möglichkeit, Fehlverhalten frühzeitig zu erkennen, zu lokalisieren und zu bewerten, als besonders wichtig.

Die Entwicklung der *Fly-by-wire*-Technologie eröffnet zudem die Möglichkeit, dem Aktuator neue Funktionalitäten zu verleihen. Dieser wird durch die Dezentralisierung der Rechenleistung aus dem FCC in die Aktuatorelektronik zunehmend selbst Regelungs- und Überwachungsaufgaben übernehmen. Dies entlastet zum einen den zentralen Flugregelungsrechner, zum anderen reduziert es den Bedarf an Signalübertragung zwischen Aktuator und FCC auf wenige Steuersignale und Statusinformationen und ermöglicht einen vereinfachten modularen Systemaufbau (vgl. KLINGAUF [Kli95]). Durch die Trennung vom schon stark belasteten Flugregelungsrechner und die parallele Entwicklung der Leistungsfähigkeit der Prozessoren können immer aufwendigere Zusatzfunktionen eingeführt werden. Dies motiviert die Untersuchung neuartiger Konzepte zur *on board*- bzw. *in flight*-Fehlerdiagnose.

Ein aufwendiges Redundanzkonzept sichert bei dem elektrohydraulischen Stellglied die Funktionsfähigkeit trotz Eintreten von bis zu zwei unabhängigen Fehlerereignissen. Dies spricht a priori gegen die Notwendigkeit einer leistungsfähigen Fehlerdiagnose. Jedoch ist der Widerspruch leicht aufzuheben. Zum einen bringt eine frühzeitige Fehlererkennung und -diagnose wirtschaftliche und sicherheitstechnische Vorteile, insofern als gezielt und schneller gewartet und mit einem genauer bekannten Systemzustand geflogen wird. Zum anderen erhöht die Redundanz, deren Ziel die Beibehaltung des Systemverhaltens nach dem Fehlereintritt ist, den Anspruch an eine Fehlerdiagnose, was zur Weiterentwicklung anregt. Schließlich kann die Teilablösung der physikalischen durch die analytische Redundanz in Form eines Fehlererkennungssystems als fernes Ziel betrachtet werden.

Für diesen Antrieb wurde an einem Prüfstand der Technischen Universität Darmstadt ein Fehlerdiagnosesystem entwickelt, das auf eine Verbesserung der Wartung zielt (vgl. KRESS *et al.* [CIKS02]). Da zusätzliche Sensorik sowie spezielle Testprozeduren notwendig sind, setzt diese Entwicklung einen Ausbau des Gerätes aus dem Flugzeug voraus. Dieser Prüfstand (vgl. Bild 3.1) wird zur Umsetzung und Auswertung der Algorithmen aus Kapitel 5 benutzt, wobei auf die zusätzliche Sensorik verzichtet wird.

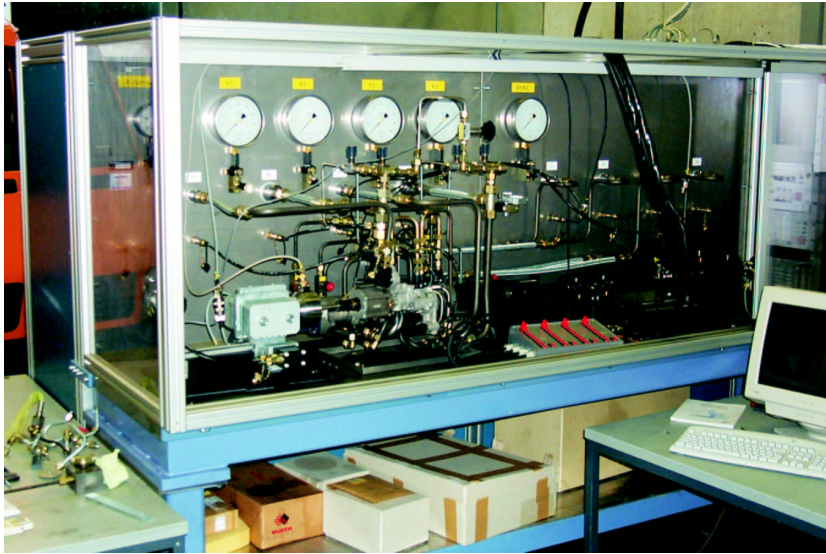


Abbildung 3.1: Prüfstand für den Aktuator

Insgesamt betrachtet stellt der elektrohydraulische Stellantrieb einen geeigneten Versuchsträger für die Fehlerdetektionsmethode dar. Um die Untersuchung überschaubar zu halten, werden sich die nächsten Kapitel auf das Servoventil konzentrieren, das als Vorstufe zur Steuerung der durch den Kolben dargestellten Kraftstufe dient. Diese Einschränkung wird in den beiden nächsten Abschnitten, die einen Überblick über das System und die möglichen Fehlerfälle anbieten, begründet. Anschließend wird die physikalische Modellbildung des Servoventils in zwei Schritten erläutert.

### 3.1 Systembeschreibung

Bild 3.2 zeigt den Stellantrieb, der aus einem elektrischen Linearmotor, einem Steuerventil und einem Stellzylinder besteht. Diese Hauptkomponenten besitzen folgende grundsätzliche Eigenschaften:

- Der elektrische Motor besitzt vier parallel wirkende Spulen. Im Gegensatz zum elektrischen Antrieb eines Servoventils ist die Motorachse direkt mit dem hydraulischen Ventil verbunden. Um das Blockieren der Achse zu vermeiden, ist der Motor in der Lage, durch das Öl eingespülte Metallspäne abzuscheren. Die geforderte Nennmotorkraft fällt mit  $820\text{ N}$  hoch aus, was auf Kosten der Dynamik geht.
- Das als Steuerventil eingesetzte *Direct Drive Ventil* (DDV) verteilt die Ölflüsse in den Kammern der Kraftstufe. Das direkt vom Motor bewegte Ventil ermöglicht eine deutliche Reduzierung der Systemkomplexität, der hydraulischen Verluste und der Schmutzempfindlichkeit (vgl. KLINGAUF [Kli95]), weshalb dieses sich gegen das klassische Servoventil durchsetzt. Das 4/3-Wege-Ventil weist

den hydraulischen Redundanzgrad zwei auf, wobei beide Systeme auf einer einzigen Achse liegen. Deshalb würde ein mechanisches Klemmen zum Totalausfall führen. Um dies zu vermeiden, ist die maximale Motorkraft so ausgelegt worden, daß eingespülte Metallspäne abgeschert werden können (*chip shear*).

- Der Zylinder stellt die Kraftstufe des Aktuators dar. Der Gleichlauftandemzylinder besitzt gleichflächige Trennwände zwischen den jeweils beiden Kammern der zwei parallel ausgeführten Hydrauliksysteme.

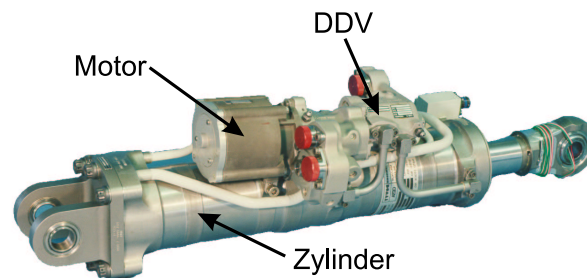


Abbildung 3.2: Bild des Aktuators

In Bild 3.3 sind die drei Hauptkomponenten in ihrer redundanten Anordnung zu erkennen. Der vierfache Redundanzgrad der elektrischen Bauteile setzt sich in der Aktorik und Sensorik fort. Jede der vier Klemmspannungen  $U_1 \dots U_4$  wird durch einen von 4 unabhängigen pulsweitenmodulierten Verstärkern an jeweils eine Motorspule angelegt. In jedem Verstärker ist ein Shuntwiderstand zur Messung eines der vier Ströme  $I_1 \dots I_4$  eingebaut. Die Position des Steuerschiebers  $y_s$  und des Kolbens  $y_k$  werden durch jeweils vier redundante induktive Wegaufnehmer, die sogenannten LVDTs <sup>8</sup>, gemessen.

Aus dem Systembild 3.3 wird ersichtlich, daß der Motor und der Steuerschieber eine zentrale Bedeutung für die Stellgenauigkeit und -dynamik haben. Für den Stellzylinder sind grobere Toleranzen zulässig, weil das Kraftniveau und die hydraulischen Kennwerte groß sind. Der einzige kritische interne Fehler am Zylinder ist der Auftritt einer Leckage zwischen den Kammern eines hydraulischen Systems oder sogar zwischen den hydraulischen Systemen bzw. nach außen. Diese Fehlerart ist äußerst schwierig zu erkennen, weil sie typischerweise schleichend auftritt und nur geringfügige Einbußen in der Leistungsfähigkeit verursacht. Der Fehler wird deshalb nicht weiter betrachtet.

Das Redundanzkonzept, wie schon erwähnt, bedingt einen höheren Schwierigkeitsgrad für die Fehlererkennung, insofern als die Einflüsse der Ausfälle sich weniger bemerkbar auf das Systemverhalten machen. Insbesondere messen die vier LVDTs jeweils eine einzige Position  $y_s$  bzw.  $y_k$ . Diese Signale werden im realen Regelkreis

<sup>8</sup>Linear Variable Differential Transformer

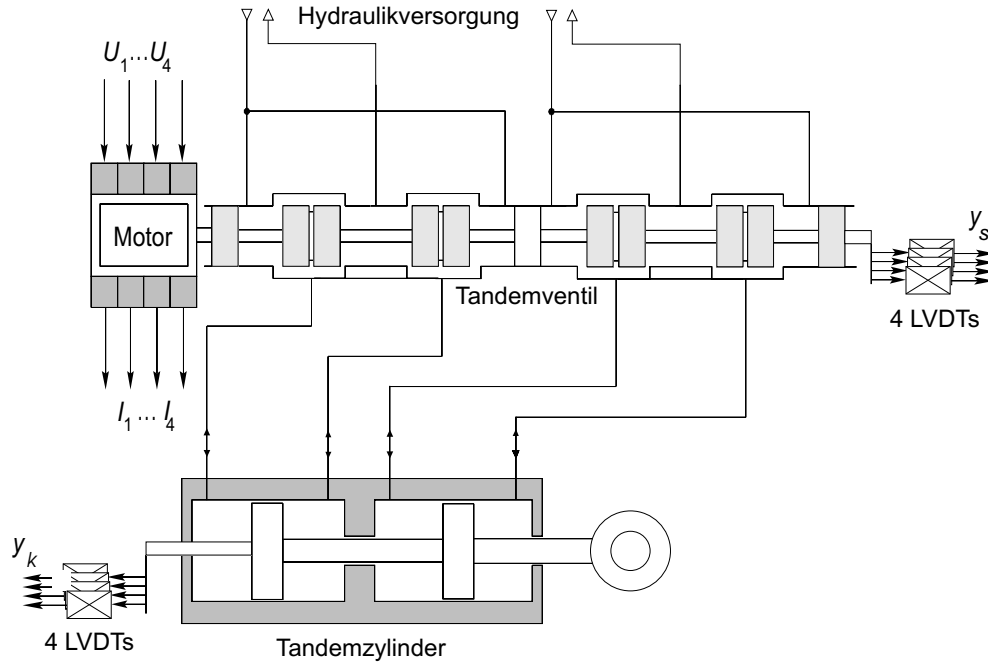


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau des Aktuators

durch einen Voter<sup>9</sup> plausibilisiert und durch einen Mittelwert der besten Sensoren ersetzt. Zur Fehlererkennung am Sensor ist es eindeutig zweckmäßiger, ein Detektionsfilter pro Sensor einzusetzen bzw. ein einziges Sensorsignal als Eingang im Filter zu berücksichtigen.

Die Kennwerte des Aktuators sind in Tabelle 3.1 zusammengestellt.

Parameter	Wert
Ventilhub	$\pm 0,8 \text{ mm}$
Nennkraft des DDV-Motors	820 N
max. Strom je Spule	$\pm 1,4 \text{ A}$
Kolbenhub	$\pm 72,5 \text{ mm}$
Öldruck	$26,5 \text{ N/mm}^2$
max. Kolbenkraft (ausfahrend)	252,9 kN
max. Kolbengeschwindigkeit (einfahrend)	242 mm/s

Tabelle 3.1: Kenndaten des Seitenruderaktuators

### 3.2 Fehlerursachen am DDV

Mit Hilfe der Redundanz wird die Funktionsfähigkeit des Aktors bis zum doppelten elektrischen Fehler oder bis zur Kombination eines hydraulischen und eines elektrischen Fehlers garantiert. Das Fail Operative - Fail Operative - Fail Safe (FO-FO-FS)

<sup>9</sup>Aufgabe eines Voters ist die Konsolidierung redundanter Meßkanäle durch ihren Vergleich.



Konzept (vgl. ISERMANN [Ise94]) sieht im Falle eines dritten Fehlers das automatische Einnehmen eines sicheren Systemzustands vor.

Tabelle 3.2 listet die laut FMEA relevanten Fehler am DDV auf:

Fehlerfall	Beschreibung
1	Wicklungsbruch in einer oder mehreren Motorspulen
2	Kurzschluß in einer oder mehreren Motorspulen
3	Erhöhte Schieberreibung oder Klemmen des Schiebers
4	Erniedrigte Schieberreibung (Vorzeichen einer Leckage)
5	Relaxierte Zentrierfeder
6	Entmagnetisierung der Permanentmagnete
7	Dejustierung des mechanischen Nullpunktes
8	Ein Leistungsverstärker verharrt bei max. Spannung (Hard Over)
9	Sensorfehler

Tabelle 3.2: Liste der relevanten DDV-Fehler

Nicht berücksichtigt sind die Erosion der Steuerkanten am Ventil sowie die Leckage im Zylinder. Diese Fehlerarten sind schleichend und in ihrem Effekt begrenzt. Zudem kann, ohne den Einsatz zusätzlicher Drucksensoren im Zylinder, das Verhalten aus Beobachtbarkeitsgründen nicht abgebildet werden. Deshalb macht an dieser Stelle und mit der momentanen Systemauslegung eine Untersuchung keinen Sinn.

In der Tabelle 3.2 sind drei Fehlergruppen zu unterscheiden. Fehler 1 und 2 sind interne elektrische Systemänderungen und theoretisch aus der Beziehung von Strom zu Spannung erkennbar. Im aktuellen System werden die Ströme durch Monitoring überwacht, so daß einzelne Spulenfehler durch eine Abschaltung der betroffenen Spule berücksichtigt werden können. Aus Modellsicht ist eine Änderung der Zeitkonstante und der Verstärkung des Motors zu erwarten, so daß eine modellbasierte Fehlererkennung möglich ist. Diese könnte zu einer Reduzierung des Redundanzgrades führen. Aus den oben genannten direkten Auswertungsmöglichkeiten erscheint vorerst diese Art von Fehlern als sekundär.

Interessanter sind die Fehler 3 bis 7, die einer mechanischen Systemänderung entsprechen. Sie gehören ebenfalls zu der Klasse der multiplikativen internen Fehler und sind noch bis dato durch keine aktiven Detektionsmaßnahmen abgedeckt. Grund hierfür ist der explizite Bedarf an einem analytischen, modellbasierten Verfahren. Demzufolge stellen sie ein interessantes Applikationsfeld für die Methode dar und werden im Kapitel 4 betrachtet. Fehler 3 und 4 stellen hierbei eine Änderung der Dämpfungsbeiwerte, Fehler 5 und 6 eine Änderung der Steifigkeitsbeiwerte dar. Der Fehler 7 entspricht einer asymmetrischen Änderung der Steifigkeiten, die mit dem betrachteten einfachen Modell nicht berücksichtigt werden kann.

Fehler 8 und 9 gehören zu der Gruppe der additiven Fehler. Fehler 8 wird im Grunde genommen durch Strommonitoring überwacht. Er wird jedoch zur Analyse der Methode im Bezug auf Detektion eines Aktorfehlers und Trennung zwischen Aktor- und Sensorfehler herangezogen. Nicht nur der Hard-Over<sup>10</sup>, sondern auch kleine additive Fehler, die durch Offset oder Skalierungsfehler der Leistungsstufen entstehen, werden im Kapitel 5 berücksichtigt. Die relevanten Sensorfehler betreffen hauptsächlich die Anbringung und die Auswerteelektronik der LVDTs. Ein Fehler eines Shuntwiderstands zur Strommessung wird als unwahrscheinlich eingestuft und deshalb nicht betrachtet.

### 3.3 Modellbildung

Dieser Abschnitt stellt die nichtlinearen Modellgleichungen der Strecke dar, die aus einer physikalischen Betrachtung hergeleitet und mit Hilfe eines EKF's parametrisiert worden sind. Dieses Modell bildet die Grundlage sowohl für den Entwurf eines Filters, als auch für eine präzise Simulation des Streckenverhaltens. Letzere wird im Kapitel 4 benutzt, weil die Simulation sehr flexibel zur Analyse der Entwürfe ist. Zum Filterentwurf wird das nichtlineare Modell als Referenz für eine Linearisierung herangezogen.

Die nichtlineare Modellierung des Motors und des Steuerventils beschränkt sich auf eine knappe Ausführung. Eine umfassende Untersuchung des Linearmotors und des DDVs bezüglich der Dynamik wurde u.a. von KLINGAUF [Kli95] bereits durchgeführt.

#### 3.3.1 Kraftaufbau am Linearmotor

Bild 3.4 zeigt den rotationssymmetrischen Linearmotor. Diese Benennung bezieht sich auf die erzeugte Linearbewegung parallel zur Achse des Motors. Der Steuerschieber wird direkt in der hohlen Motorachse befestigt und durch die Bewegung des Motorankers angetrieben.

Das Wirkprinzip des Motors beruht zum einen auf den durch zwei entgegengesetzt polarisierte Permanentmagnete erzeugten magnetischen Flüssen. Die zwei aufgebauten Felder sind symmetrisch, jedoch gegensinnig. Bei stromlosen Spulen schließen sich die Feldlinien jeweils über Polschuh, Ankerhälfte und Joch. Durch die resultierende Magnetkraft ist die Mittelstellung eine labile Gleichgewichtslage. Bewegt man den Anker außerhalb der Mittelposition, dann wird die anziehende Kraft des sich nähernden Magnetes stärker, während die entgegengesetzte Kraft des anderen

---

<sup>10</sup>Bezeichnung für einen bei maximalen Spannung verharnten Leistungsverstärker.

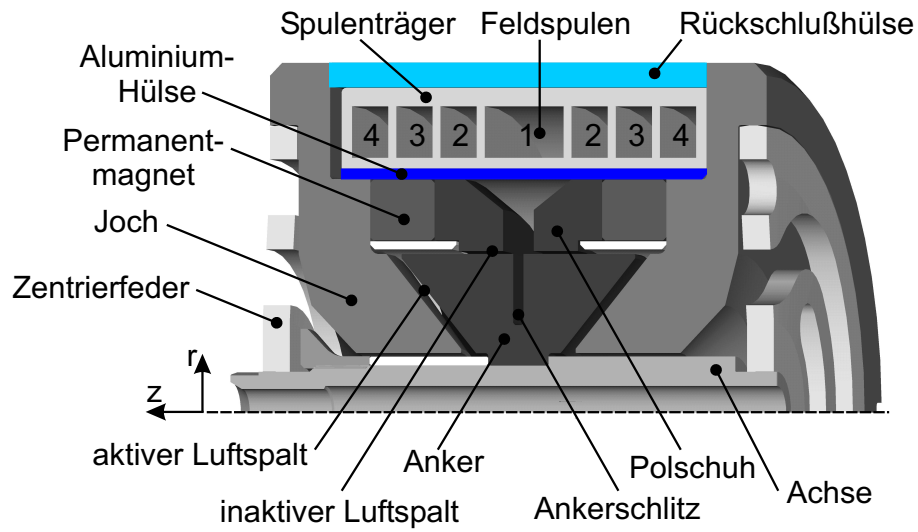


Abbildung 3.4: Aufbau des Linearmotors im Halbschnitt

Magnets schwacher wird. Um bei stromlosen Spulen die Anker zu stabilisieren, werden zwei Zentrierfedern an den Seiten eingesetzt. Die Steifigkeit der Feder muß ausreichend groß sein, um den Anker in der Mittelstellung zu halten.

Auf der anderen Seite bringen die Motorspulen einen zusätzlichen Fluß auf, der, ohne die Permanentmagnete, um die Spulen über Anker, Joch, Rückschlußhülse und zweites Joch verlaufen würde. In Abhängigkeit der Stromrichtung bewirkt der elektromagnetische Fluß die Verstärkung eines der permanentmagnetischen Flüsse über Joch und Anker, während gleichzeitig der andere Fluß am gegenüberliegenden Joch abschwächt. Die asymmetrischen Flüsse bewirken eine axiale Kraft  $F_{mag}$  auf den Anker.

Die magnetische Kraft  $F_{mag}$  läßt sich auf die beiden Flußanteile aufteilen.  $F_{pmag}$  bezeichnet den permanentmagnetischen Anteil und  $F_{emag}$  den elektromagnetischen:

$$(3.1) \quad F_{mag}(I, y_s) = F_{pmag}(y_s) + F_{emag}(I, y_s).$$

Ein magnetisches Ersatzschaltbild des Linearmotors ermöglicht die Modellierung des wegabhängigen Terms  $F_{pmag}$ . KLINGAUF [Kli95] stellt die ausführliche Berechnung dar. Das Ergebnis hieraus ist eine Approximation dieses Kraftanteils durch ein Polynom dritten Grades.

Die Herleitung des elektromagnetischen Anteils  $F_{emag}$ , der zusätzlich vom Spulenstrom abhängt, erfolgt über den Energiesatz [Kli95]. Die elektromagnetische Kraft ist dabei proportional zum magnetischen Hauptfluß  $\Psi_h$ , der durch die vier Spulen gemeinsam erzeugt wird:

$$(3.2) \quad F_{emag} = k_{mag} \Psi_h.$$

Der Hauptfluß  $\Psi_h$  wird in Abhängigkeit der verschiedenen Spulenströme formuliert, so daß Unterschiede in den einzelnen Spulen in der Motorkraft bemerkbar werden.



Die Induktivitätsmatrix  $\mathbf{L}$  ist vollbesetzt, weil die Spulen miteinander induktiv verkoppelt sind. Zudem bestehen die Diagonalelemente aus den Eigeninduktivitäten  $(L_i + L_{\sigma i})$  bzw.  $L_{Fe}$ .

Die zunehmende Magnetisierung im Eisenkreis bewirkt Sättigungseffekte, die durch eine Abnahme der Induktivität gekennzeichnet sind. Deshalb kann nicht von einer konstanten Induktivitätsmatrix  $\mathbf{L}$  ausgegangen werden, sondern vielmehr von einer konstanten Kopplungsmatrix  $\mathbf{K}_k$  und einer flußabhängigen Hauptinduktion  $L_h$ :

$$(3.5) \quad \mathbf{L}(\Psi_h) = L_h(\Psi_h) \mathbf{K}_k,$$

mit

$$(3.6) \quad L_h(\Psi_h) = \frac{L_0}{1 + k_\Psi \left(\frac{\Psi_h}{\Psi_N}\right)^2},$$

wobei  $\Psi_N$  einen willkürlich festgelegten Normierungsfluß darstellt, sowie  $k_\Psi$  die damit verbundene Konstante ist. Die Nenninduktion  $L_0$  kann ebenfalls in technisch sinnvollen Grenzen gewählt werden, während die Parametrierung der Koppelmatrix über ein Schätzverfahren erfolgen soll.

Die Bewegung des Motorankers im Magnetfeld verursacht eine induzierte Spannung, die entgegen der dadurch erzeugten Flußänderung wirkt. Unter der Annahme, daß in allen Spulen die gleiche Spannung induziert wird, gilt:

$$(3.7) \quad \mathbf{U}_{ind} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T L_h k_{ind} \dot{y}_s,$$

mit  $k_{ind}$  den Induktionsfaktor. Somit läßt sich Gl. 3.3 vervollständigen:

$$(3.8) \quad \dot{\Psi} = \mathbf{U} - \mathbf{U}_{ind} - \mathbf{R}\mathbf{L}^{-1}\Psi.$$

### 3.3.2 Bewegungsgleichung des Steuerventils

Im Abschnitt 3.3.1 wurde die Berechnung der Motorkraft aus den 4 Klemmspannungen hergeleitet. Somit ist der Ausgangspunkt für die Modellierung der Ventilbewegung geschaffen.

Das mechanische Modell des Steuerventils bildet die Bewegungsgleichung der Masse  $m_s$  ab, die aus Motoranker, Motorachse, Verbindungsachse zum Ventil und Ventil selber besteht:

$$(3.9) \quad m_s \ddot{y}_s = \sum F_i.$$

Die Kräftesumme  $\sum F_i$  beinhaltet die aus der Klemmspannung resultierende Anregungskraft  $F_{emag}$  und die durch die Bewegung hervorgerufenen Reaktionskräfte:

$$(3.10) \quad \sum F_i = F_{emag} + F_{pmag} - F_{Str} - F_R - F_{hyd} - d \dot{y}_s - c y_s.$$

Dabei wirken alle Kräfte außer der destabilisierenden permanentmagnetischen Kraft  $F_{pmag}$  entgegen der Bewegung. Neben der linear wirkenden viskosen Dämpfung und Federsteifigkeit, die durch die Parameter  $d$  bzw.  $c$  im Modell berücksichtigt werden, treten nichtlineare Effekte ein. Die hydraulische Dämpfung

$$(3.11) \quad F_{hyd} = d_{hyd} \cdot \operatorname{sgn}(\dot{y}_s) \dot{y}_s^2$$

rührt aus der Drosselung der aus dynamischen Druckänderungen hervorgerufenen Durchflüssen in einer dünnen Bohrung zwischen den Rücklaufkammern her. Die Reibkraft am Ventil  $F_R$  entspricht einer Coulomb'schen Haftreibung. Um das Verhalten genau simulieren zu können, genügt nicht die klassische Darstellung:

$$(3.12) \quad F_R = k_R \cdot \operatorname{sgn}(\dot{y}_s).$$

Insbesondere wird nicht das Blockieren des Ventilschiebers im Falle einer Kraftsumme

$$(3.13) \quad F_a = \sum F_i - F_R$$

kleiner als die Haftkraft  $k_R$  dargestellt. Um diesen Mangel zu beheben, werden 4 Zustände laut Tabelle 3.3 definiert:

$\dot{y}_s = 0$	$ F_a  >  F_R $	Kurzbeschreibung des Zustandes	$F_R$
ja	ja	Das System bewegt sich noch nicht. Am Zeitpunkt $t_0$ werden die Kräfte $F_a$ größer als die Haftkraftsschwelle $K_R$	$k_R \cdot \operatorname{sign}(F_a)$ für $t > t_0$
nein	ja	Normale Bewegung	$k_R \cdot \operatorname{sign}(\dot{y}_s)$
ja	nein	Der Ventil ist im blockierten Zustand. Die Kraft $F_a$ hat nicht die Blockierschwelle überschritten.	$F_a$
nein	nein	Das Ventil wird verzögert, bewegt sich jedoch noch.	$k_R \cdot \operatorname{sign}(\dot{y}_s)$

Tabelle 3.3: Abbildung der Haftreibung

In der Simulation wird das Kriterium  $\dot{y}_s = 0$  durch  $\dot{y}_s < v_{grenz}$  ersetzt, mit  $v_{grenz}$  als ausreichend kleine Grenzggeschwindigkeit.

Schließlich wirken Strömungskräfte  $F_{Str}$  auf das Ventil, die die Reaktionskräfte des im Ventil gelenkten Fluids darstellen. Zur Herleitung dieser Kräfte sollen die Strömungsverhältnisse an den Ventilsteuerkanten modelliert werden, wobei eine Hälfte des Tandemventils bzw. -zylinders aus Symmetriegründen genügt (siehe Bild

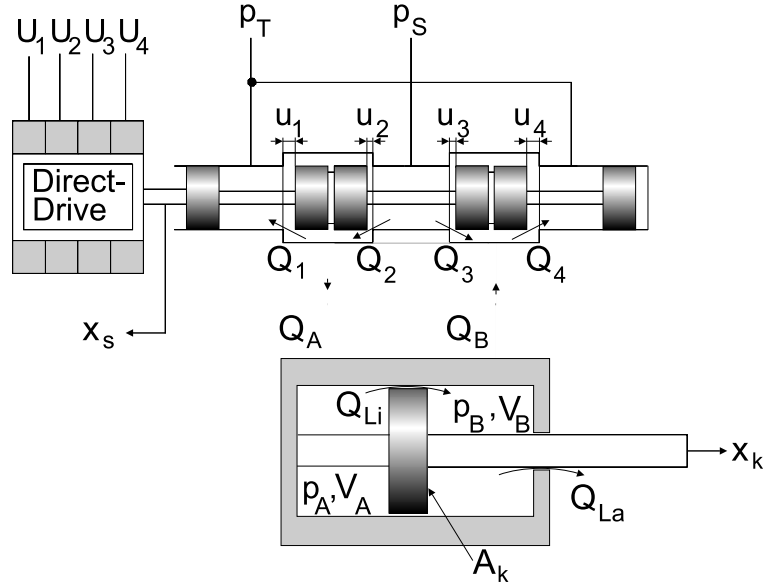


Abbildung 3.6: Skizze des Gesamtaktuator

3.6). Die Kraft  $F_{str}$  läßt sich in Abhängigkeit der Volumenströme  $Q_i$  an den Steuerkanten des Schiebers angeben:

$$(3.14) \quad F_{Str} = \sum_i \underbrace{(-1)^{i-1} \rho v_{Str_i} Q_i \cos \beta}_{\text{stationäre Anteile}} \quad \underbrace{\pm \rho l_i \dot{Q}_i}_{\text{dynamische Anteile}},$$

mit  $v_{Str_i}$  den Strömungsgeschwindigkeiten im Steuerquerschnitt, dem Strahlablenkwinkel  $\beta$  sowie den Längen  $l_i$  der axial beschleunigten Ölsäulen. Die dynamischen Anteile heben sich annähernd auf und können vernachlässigt werden (vg. OEHLER [Oeh01]), weil die Volumenströme an den paarweise geöffneten Steuerkanten gegensinnig sind (vgl. Bild 3.6). Hingegen wirken alle stationären Anteile in schließende Richtung der jeweiligen Kante und tragen gemeinsam zum Kräftegleichgewicht aus Gl. 3.9 bei.

Auf Bild 3.6 erkennt man negative Überdeckungen  $u_i$ , die zur Vermeidung von Unstetigkeiten im Neutralpunkt ( $y_s = 0$ ) eingebaut werden (vgl. MERRIT [Mer67]). Diese fließen in die Berechnung der Durchflußbeiwerte  $K_{D_i}$  durch den Blendenquerschnitt  $A_i$  ein:

$$(3.15) \quad K_{D_i} = A_i(u_i) \alpha_D \sqrt{\frac{2}{\rho}}.$$

Zudem werden Durchflußkoeffizient  $\alpha_D$  und Fluidichte  $\rho$  als konstant angenommen. Die Durchflußgleichungen können dann unter der Annahme einer stationären Strömung aus der Bernoulli-Gleichung für ideale Blenden gewonnen werden (vgl. MURRENHOFF [Mur98]):

$$\begin{aligned} Q_1 &= K_{D_1} \sqrt{|p_A - p_T|} \operatorname{sgn}(p_A - p_T), \\ Q_2 &= K_{D_2} \sqrt{|p_S - p_A|} \operatorname{sgn}(p_S - p_A), \end{aligned}$$

$$(3.16) \quad \begin{aligned} Q_3 &= K_{D3} \sqrt{|p_S - p_B|} \operatorname{sgn}(p_S - p_B), \\ Q_4 &= K_{D4} \sqrt{|p_B - p_T|} \operatorname{sgn}(p_B - p_T). \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnen  $p_S$  und  $p_R$  die System- und Rücklaufdrücke, und  $p_A$  und  $p_B$  die Kammerdrücke des Stellzylinders. Für einen idealen Aktuator wird, wie schon erwähnt, die zweifache hydraulische Redundanz durch eine Verdopplung der Kräfte berücksichtigt. Durch das Einsetzen der Gl. 3.16 in Gl. 3.14 können die Strömungskräfte  $F_{str}$  im Modell einfließen, wobei der Stellzylinder ebenfalls modelliert werden soll. Zur Vereinfachung der Simulation wird deshalb im Kapitel 4 auf die Abbildung der Strömungskräfte verzichtet.

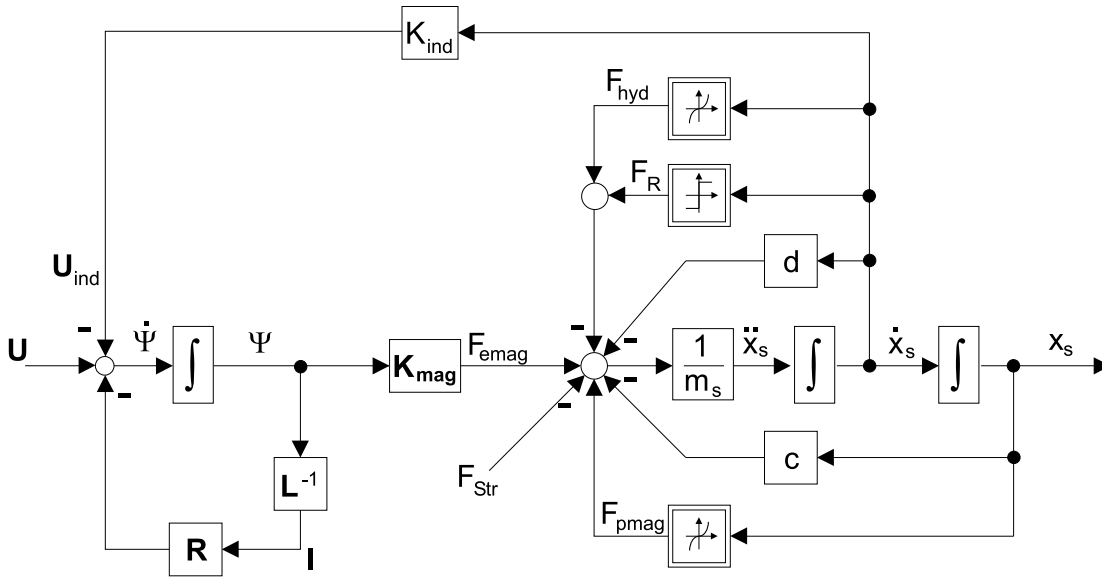


Abbildung 3.7: Blockschaltbild des gesamten DDVs

Das Blockschaltbild in Bild 3.7 faßt die Modellbildung des Motors und des DDVs zusammen. Gut erkennbar sind zwei Teilmodelle, die durch zwei Schnittstellen verzahnt sind. Die elektromagnetische Motorkraft  $F_{emag}$  aus dem Motormodell bildet den Eingang im Ventilmodell. Umgekehrt bewirkt die durch die Achsenbewegung induzierte Spannung eine Rückkopplung des mechanischen auf den elektrischen Modellteil. Deshalb werden im Kapitel 5, der die Einsatzbedingung in Betracht zieht, beide Teilsysteme gemeinsam betrachtet. Im nächsten Kapitel 4 hingegen wird eine grundsätzliche Untersuchung der robusten Methode im Hinblick auf die Erkennung interner Fehler durchgeführt, weshalb vereinfachend nur das Modellteil „Steuerschieber“ betrachtet wird.



## 4 Entwurf robuster Filter für interne Fehler

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Ansätze zur Anwendung der  $\mathcal{H}_\infty$ - und  $\mu$ -Theorie auf die Signalfilterung am Beispiel des Direct Drive Ventils eines elektrohydraulischen Luftfahrtaktuators umgesetzt. Die Extraktion eines für einen internen Fehler repräsentativen Signals bildet das Ziel der Entwürfe, die durch die Berücksichtigung der Modellunsicherheiten erschwert werden. Zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit von robusten linearen Filtern für multiplikative Fehler werden Entwurfsfreiheitsgrade systematisch variiert.

Die Untersuchungen richten sich auf die im Kapitel 2 vorgestellten Ideen, um die Optimierungsaufgabe der Regelung in die einer Filterung umzuwandeln. Es wird erst ein Konzept ohne Rückführung vorgestellt und dessen Limitationen aufgezeigt. Anschließend wird die klassische Regelkreis- oder Beobachterstruktur herangezogen, um die Einschränkungen des *feed-forward*-Ansatzes aufzuheben.

Für diese grundsätzlichen Betrachtungen wird ein einfaches Beispiel herangezogen: die Bewegung des DDV. Da die Betätigung des Ventils allein ohne den elektrischen Antrieb nicht möglich ist, wird auf eine Simulation zurückgegriffen. Dies schränkt zwar die Unsicherheiten auf die nichtlinearen Einflüsse insofern ein, als keine Modellfehler auftreten können (vgl. Abschnitt 2.1). Die bloße Berücksichtigung der Linearisierungsfehler reicht jedoch aus, um die Robustheit einer Entwurfsmethode zu beurteilen. Vorteilhaft ist die Tatsache, daß die internen Signale der nichtlinearen Strecke bekannt werden, was mit einer Messung nicht möglich wäre. Somit können die durch die Filterung verursachten Abweichungen exakt ermittelt werden. Schließlich können interne Fehler durch Änderung der Modellparameter sehr leicht und präzise simuliert werden.

Um die Ergebnisse der verschiedenen Entwurfskonzepte vergleichen zu können, wird eine gemeinsame Entwurfs- und Analyseumgebung betrachtet. Diese wird im ersten Abschnitt beschrieben. Für den Entwurf werden die Unsicherheiten definiert, sowie die Art und Weise, Fehler zu modellieren. Die Entwurfsstrukturen werden mit verschiedenen Gewichtungen versehen, um ihren Einfluß zu analysieren. Die Auswertung wird stets auf der Betrachtung der  $\mu$ -Werte und der Ergebnisse einer Simulation beruhen, die immer das gleiche Fehlermuster beinhaltet. Im zweiten Schritt wird die offene Kreisstruktur untersucht. Es werden sukzessive drei unterschiedliche Unsicherheitsmodelle gemäß dem im ersten Abschnitt beschriebenen Muster diskutiert:

- eine einfache parametrische Unsicherheit, um die Anwendbarkeit des Ansatzes zu zeigen;
- eine doppelte parametrische Unsicherheit, die einen differenzierten Einblick in die Robustheit ermöglicht;

- eine gemischte, parametrische und dynamische Unsicherheit, die zum Vergleich mit der vorherigen Beschreibung dient.

Schließlich wird sich der letzte Abschnitt der geschlossenen Kreisstruktur widmen. Zum einen werden die drei obigen Unsicherheitsmodelle über Beobachter appliziert, die mit dem doppelten Ziel einer guten Meßwertschätzung und einer empfindlichen Fehlererkennung entworfen werden. Die Aufgabe der Fehlererkennung erfolgt weiterhin in einem offenen Kreis. Zum anderen wird der Fall der im geschlossenen Kreis eingebetteten Fehlererkennung betrachtet. In diesem Fall werden die Beobachterresiduen als Fehlermerkmal benutzt.

Eine kurze Zusammenfassung gibt schließlich einen Überblick über den Aufbau und die Ergebnisse dieses Kapitels.

## 4.1 Umgebung zur Methodenuntersuchung

### 4.1.1 Strecke und Fehler

Das Bewegungsverhalten des Ventils wurde im Kapitel 3 beschrieben. Es besteht aus einem Feder-Dämpfer-Masse-System, das starke Nichtlinearitäten aufweist. Zur Erinnerung: Es lassen sich folgende Effekte nachweisen:

- Die Permanentmagnete weisen eine kubische nichtlineare Kennlinie in Abhängigkeit vom Hub auf.
- Durch die Coulomb'sche Reibung tritt eine Unstetigkeit im Nullpunkt auf.
- Die hydraulische Dämpfung ist abhängig vom Quadrat der Geschwindigkeit.

Durch diese Eigenschaft eignet sich dieses exemplarische  $PT_2$ -System für die Untersuchung robuster Methoden, bei denen Nichtlinearitäten als Modellunsicherheit formuliert werden.

Zwei Fehlerarten können durch verschiedene Degradationen im Ventil auftreten:

- Dämpfungsänderung durch Reibung oder durch veränderte hydraulische Drosselung.
- Steifigkeitsänderung durch Federrelaxierung oder durch Entmagnetisierung der Permanentmagnete.

Die Erkennung einer Steifigkeitsänderung wird verfolgt. Die Entdeckung einer Dämpfungsänderung stellt größere Anforderungen dar. Zum einen sind die Modellunsicherheiten, die das unstetige Reibungsmodell verursacht, wesentlich ausgeprägter als

die hubproportionalen Effekte der Permanentmagnete. Zum anderen stellt die genaue Ermittlung der Geschwindigkeit als erste Ableitung des Weges eine komplexere Filterungsaufgabe dar.

Die Darstellung interner Fehler ist nicht trivial (vgl. Abschnitt 2.4.2). Zunächst bedeuten sie im Modell die Änderung mindestens eines Parameters. Eine solche Änderung wird prinzipiell in dem robusten Entwurf nach der  $\mu$ -Methode durch eine parametrische Unsicherheit  $\delta_c W_c$  abgebildet. Dies wird im folgenden insofern eine Darstellungsform sein, als Filter zur Schätzung des Eingangs- oder Ausgangssignals einer parametrischen Unsicherheit optimiert werden. Bild 4.9 stellt diese Ausgangssituation dar.

Jedoch deutet die Übernahme dieser Darstellungsform auf den Konflikt zwischen der geforderten Robustheit und der Detektion interner Fehler hin. Dieser Konflikt kann vermindert werden, wenn eine Systemänderung durch ein additives Signal  $f_c$  auf die durch die Modellabweichung betroffene Zustandsgröße approximiert wird. Diese zweite Darstellungsform für interne Fehler zeigt Bild 4.7.

#### 4.1.2 Unsicherheitsmodelle

Aus dem nichtlinearen Modell (vgl. Gl. 3.9 und 3.10) werden ein approximatives lineares Modell und zwei Unsicherheitsmodelle gewonnen, die zum Entwurf dienen. Die Unsicherheit über die hubproportionalen Kräfte wird parametrisch ( $\delta_c W_c$ ) modelliert. Die Darstellung der Unsicherheiten über die geschwindigkeitsproportionalen Kräfte wird entweder parametrisch ( $\delta_d W_d$ ) oder dynamisch ( $\Delta_{dd} W_{dd}$ ), durch den frequenzabhängigen Einfluß auf die nominale Dynamik, erfolgen.

Die Einflüsse der Permanentmagnete und der Strömungskräfte werden durch Polynome dritter Ordnung beschrieben, die durch eine parametrische Unsicherheit  $\delta_c W_c$  der äquivalenten Federsteifigkeit  $c_{Wc}$  approximiert werden. Es gilt für die wegabhängigen Kräfte:

$$\begin{aligned}
 F_c(y) &= -c \cdot y + c_{pmag,1} \cdot y + c_{pmag,3} \cdot y^3 - c_{Str,1} \cdot y + c_{Str,3} \cdot y^3 \\
 (4.1) \quad &\simeq -c_{Wc}(1 + \delta \cdot W_c)y
 \end{aligned}$$

Mit dem negativen Vorzeichen wird der zentrierenden Wirkung der Kraft Rechnung getragen. Die Stetigkeit der linearisierten Funktion ermöglicht eine exakte Abdeckung der möglichen Steifigkeitskoeffizienten.

Unter den geschwindigkeitsproportionalen Kräften ist die hydraulische Dämpfung ebenfalls ein stetiges nichtlineares Glied, das durch eine parametrische Unsicherheit vollkommen abgedeckt werden kann. Im Gegensatz dazu weist die Haftreibung im Nullpunkt eine Steigung auf, die gegen  $+\infty$  strebt. In erster Näherung kann ein

parametrisches Modell angenommen werden:

$$\begin{aligned}
 F_d(\dot{y}) &= -d \cdot \dot{y} - d_{hyd} \cdot \text{sign}(\dot{y}) \cdot \dot{y}^2 - F_R \cdot \text{sign}(\dot{y}) \\
 (4.2) \quad &\simeq -d_{Wd}(1 + \delta \cdot W_d)\dot{y}
 \end{aligned}$$

Die Zahlenwerte für die Parameter dieses Modells können dem Anhang entnommen werden.

In den nächsten Abschnitten werden für die parametrischen Unsicherheiten durchgehend diese Werte benutzt. Im Fall der alleinigen parametrischen Unsicherheit in der elastischen Rückstellkraft wird lediglich  $W_d = 0[kg/s]$  eingesetzt.

Durch diese Darstellungsform werden mögliche Zustände um den Nullpunkt nicht berücksichtigt. Abhilfe schaffen kann ein dynamisches Unsicherheitsmodell, das die möglichen Variationen des Frequenzganges in Abhängigkeit der Eingangsamplitude abdeckt. Die Darstellung der Unsicherheit im Frequenzgang erfordert die Berechnung des harmonischen Systemverhaltens. Um den genauen Effekt der unstetigen Haftreibung abzubilden, soll eine nichtlineare Simulation des Systems vorgenommen werden. Das System wird dabei mit einem sinusförmigen Signal angeregt. Bei deren Interpretation wird die Annahme getroffen, daß die Antwort des nichtlinearen Prozesses nahezu nur die Erregerfrequenz beinhaltet. Als Eingang für die Übertragungsfunktion der Unsicherheiten wird die Motorkraft gewählt, und der Ausgang wird auf den Schieberweg addiert (vgl. Bild 4.2, rechts). Da die Modellierung der Anschläge des Ventils ebenfalls eine unstetige Kennlinie erfordert, werden sie gleichzeitig in der dynamischen Unsicherheit erfaßt.

Bild 4.1 zeigt das Ergebnis der Simulation für eine Variation der Kraftamplitude von 20 N bis 500 N. Auffällig sind drei Effekte:

- die Dämpfung wird stärker mit der Eingangsamplitude, bzw. mit dem Ventilhub oder bei gleicher Frequenz mit der Ventilgeschwindigkeit, da die hydraulische Dämpfung mit dem Quadrat der Geschwindigkeit eingeht,
- mit Ausnahme des Anregungsfalls 500 N wird die Verstärkung größer mit der Eingangsamplitude, weil die Haftreibung relativ zum Gesamthub einen immer kleineren Einfluß aufweist,
- die Verstärkung sinkt deutlich ab, sobald die Eingangskraft das Erreichen der Anschläge verursacht (Anregungsfall 500 N).

Alle Effekte werden durch die Übertragungsfunktion sechster Ordnung  $W_{dd}(s)$ , die im Anhang zu finden ist, gemeinsam abgedeckt. Die nominale Strecke ist ein PT<sub>2</sub>:

$$(4.3) \quad \frac{y}{F_{emag}} = \frac{1}{m_{Wdd}s^2 + d_{Wdd}s + c_{Wdd}}$$

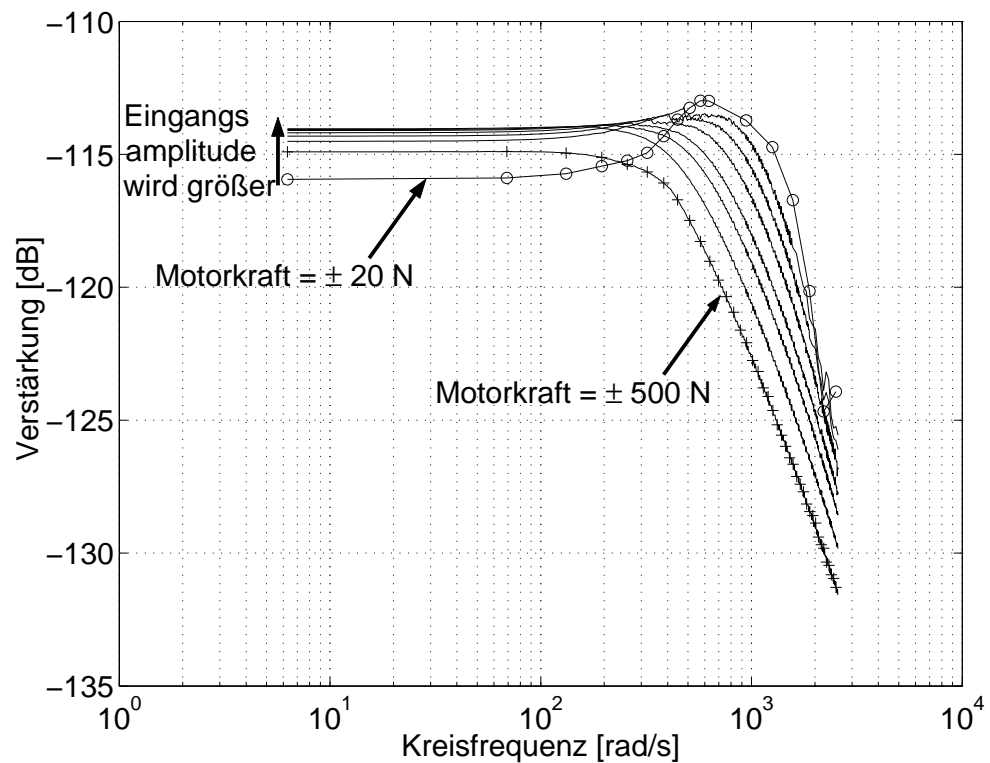


Abbildung 4.1: Dynamische Unsicherheit am Ventil

wobei der Index  $W_{dd}$  auf das Modell mit dynamischer Unsicherheit über die Dämpfungseffekte hinweist. Die neuen Parameter des nominellen Modells wurden so festgelegt, daß die additive dynamische Unsicherheit minimiert wird. Zur Ermittlung von Bild 4.1 wurde die linearisierte elastische Rückstellkraft aus  $c_{W_c}$  in der Simulation eingesetzt. Die Abweichung zwischen  $c_{W_c}$  und  $c_{W_{dd}}$  erfordert streng genommen die Berechnung einer neuen parametrischen, nicht symmetrischen Unsicherheit  $W_c$ . Zur Vereinfachung wird diese Diskrepanz jedoch vernachlässigt.

Bild 4.2 faßt die Modelle zusammen. Links ist die parametrische Modellierung dargestellt. Rechts die gemischte, parametrische für die elastischen Rückstellkräfte und dynamische für die Dämpfungskräfte. Ergänzt werden die Strukturen mit einer Modellierung des Meßrauschens durch das Formfilter  $W_R$ .

### 4.1.3 Erfassung der Anforderungen

Die Betrachtung mehrerer Darstellungsformen für die Fehler und die Unsicherheiten dient nur dem Zweck der systematischen Untersuchung nach den für die Erkennung interner Fehler günstigen Entwurfsbedingungen. Bei einem auf eine Anwendung gezielten Entwurf wie z.B. für einen Regler werden diese Aspekte durch die physikalischen Umstände fest vorgegeben.

Im robusten Entwurf dienen frequenzabhängige Gewichtungsfunktionen zur Erfassung der Anforderungen an das Systemverhalten. Sicherlich ist die Auswahl einer

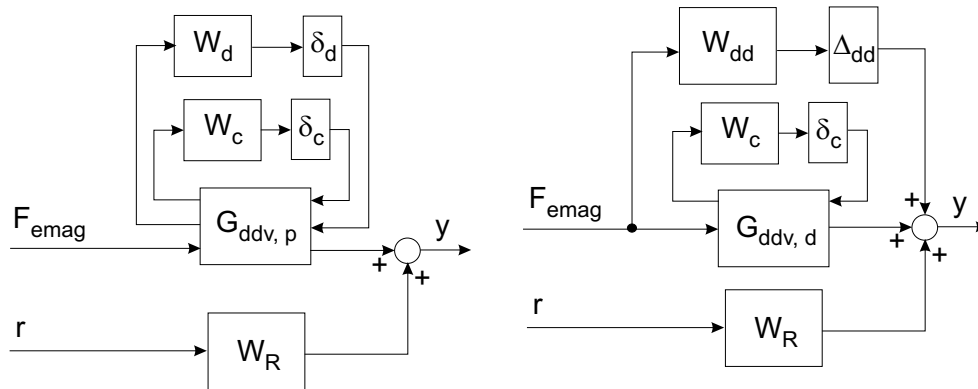


Abbildung 4.2: Die beiden Modellscharen für das Ventil

Gewichtung durch die an das System gestellten Anforderungen beeinflusst, die in einer Spezifikation definiert werden, und insofern nicht völlig frei. Jedoch stellen diese Funktionen einen ersten Freiheitsgrad dar, mit dessen Manipulation die Forderung  $\mu < 1$  zu erreichen versucht wird.

In diesem Sinne entspricht die systematische Variation der Gewichtungsfunktion, die für die Untersuchung vorgenommen wird, einem üblichen Vorgang beim robusten Entwurf.

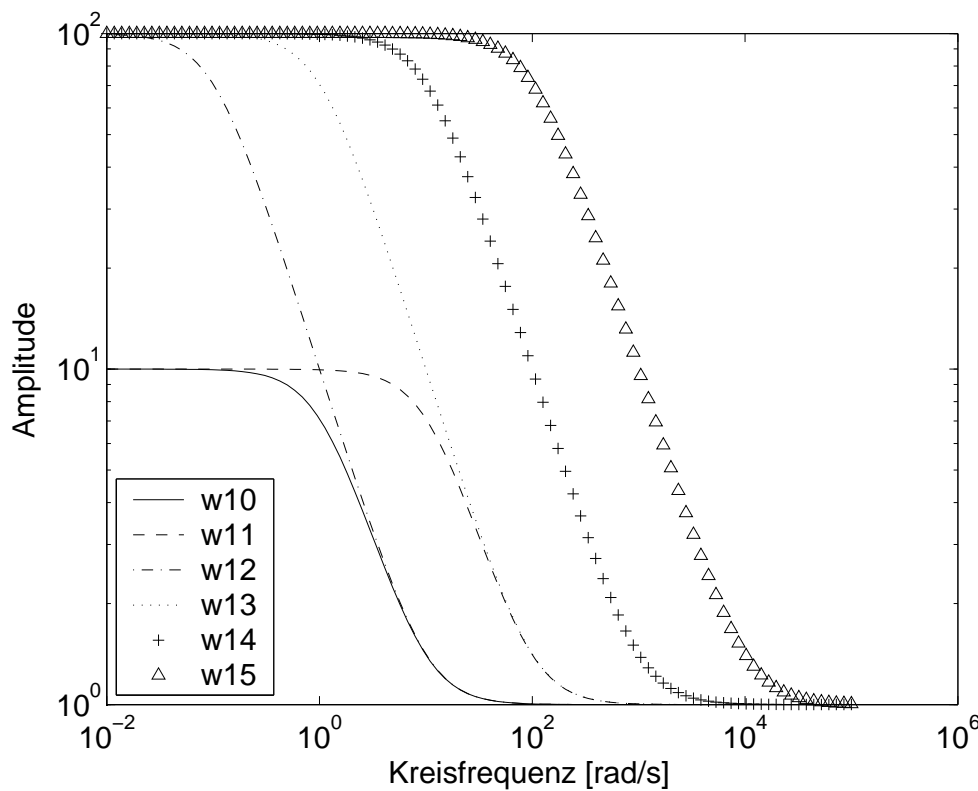


Abbildung 4.3: Amplitudengänge der Anforderungsgewichtungen

Für den Filterentwurf wird die Gewichtung mit hohen Werten im niedrigen Frequenzbereich versehen, um einen kleinen statischen Schätzfehler zu gewährleisten.

Im Gegensatz dazu wird mit steigenden Frequenzen auf die Schätzungsgenauigkeit verzichtet und die Gewichtung zurückgesetzt.

Um den Einfluß der Anforderung auf den Entwurf zu analysieren, wurden in 6 verschiedenen Gewichtungen sowohl der Verstärkungsfaktor als auch die Eckfrequenz variiert. Bild 4.3 zeigt deren Amplitudengänge. Die Gewichtungen  $w_{10}$  und  $w_{11}$  sind durch eine relativ niedrige Genauigkeit gekennzeichnet, insofern als sie Fehler in der Kraftschätzung bis zu 10 % (vgl. Verstärkungsfaktor 10) erlauben. Der interessantere Fall eines maximalen Fehlers von 1 % im statischen Bereich (vgl. Verstärkungsfaktor 100) wird für 4 verschiedene Eckfrequenzen untersucht (Gewichtung  $w_{12}$  bis  $w_{15}$ ). Die Gewichtungen sind also nach ihrem Anforderungsniveau sortiert.

Die Gliederung der Untersuchungen spiegelt die möglichen Konfigurationen zur Erkennung einer parametrischen Änderung mit der  $\mu$ -Methode wider. Der Vergleich zwischen den verschiedenen Entwurfsvarianten bildet die hauptsächliche Untersuchungsrichtung, indem die leistungsfähigste Entwurfsstruktur gesucht wird. Innerhalb eines Abschnitts, daß heißt für jeweils eine Systembeschreibung, wird zudem die Auswirkung der Gewichtungen analysiert. Dieser zweite Untersuchungsgesichtspunkt führt somit zu wiederholten Vergleichen, die jedoch unabdingbar sind, um sich ein Bild von der Entwurfsmethode zu machen.

Der Einfluß der Gewichtungen weist wiederkehrende Grundeigenschaften auf, die in den nächsten Kapiteln anhand von Beispielen näher erläutert werden. Zur Steigerung der Übersichtlichkeit folgen vorweg einige Ergebnisse, die die Bedeutung der Gewichtungsfunktionen  $w_{10}$  bis  $w_{15}$  abgrenzen:

- Der Anspruch steigt in den meisten Fällen mit der Gewichtungsnummer. Dies erkennt man an den stetig steigenden  $\mu$ -Werten für die Robustheitsanalyse. Der Übergang von  $w_{11}$  zu  $w_{12}$  bildet mit sinkenden  $\mu$ -Werten in manchen Fällen eine Ausnahme. Im Bild 4.3 ist die Erklärung hierzu ersichtlich: die Amplitude von  $w_{11}$  ist ab  $\omega \simeq 1 \text{ rad/s}$  größer als die von  $w_{12}$ .
- Wenn die Schätzung eines Modellparameters verfolgt wird, hat die Gewichtung (vgl.  $W_f$  im Abschnitt 4.2,  $W_{f2}$  im Abschnitt 4.3) einen Einfluß auf die betroffene Filterübertragungsfunktion, der um eine Größenordnung geringer ist als erwartet. Gleichzeitig werden jedoch deutliche Änderungen der  $\mu$ -Werte festgestellt.
- Im Abschnitt 4.3 bewirkt die Gewichtung über den Beobachterschätzfehler (vgl.  $W_{f1}$ ) eine Änderung der Filterübertragungsfunktionen, die entsprechend der Erwartung verläuft. Dynamik und Genauigkeit steigen mit dem Gewichtungsanspruch.

- Im Abschnitt 4.3 werden Verkopplungen zwischen den beiden Anforderungen  $W_{f1}$  und  $W_{f2}$  festgestellt.

Die Betrachtung der  $\mu$ -Werte in Abhängigkeit aller Gewichtungen wird in die nächsten Abschnitten als Einstieg in die einzelnen Entwurfskonfigurationen systematisch kommentiert. Die Analyse der Filterübertragungsfunktion im Zeit- und Frequenzbereich wird hingegen auf einzelne Gewichtungen begrenzt. Es werden im Allgemeinen eine niedrige Gewichtung, typischerweise  $w_{10}$ , und eine hohe wie  $w_{15}$  verglichen. Zur Verdeutlichung werden gegebenenfalls zusätzliche Gewichtungen herangezogen. Im Abschnitt 4.3, wo zwei Entwurfsziele durch zwei unabhängige Gewichtungsfunktionen dargestellt werden, werden die Abhängigkeiten mit jeweils einer konstanten Gewichtungsfunktion,  $W_{f1}$  oder  $W_{f2}$ , erörtert.

#### 4.1.4 Simulationsumgebung

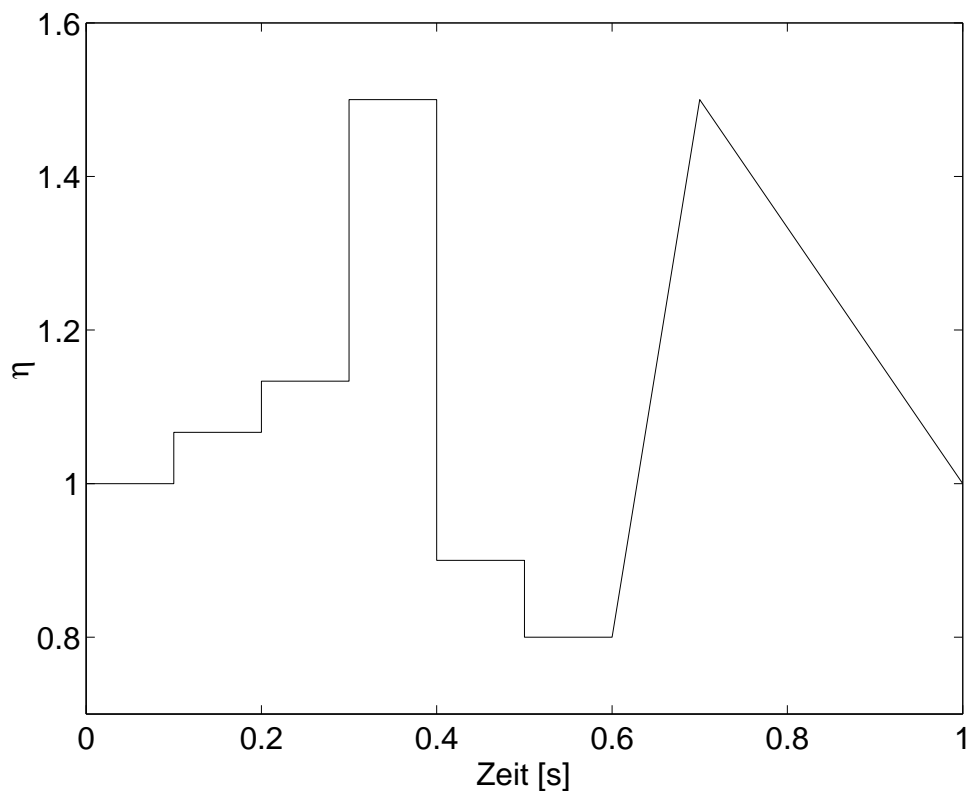


Abbildung 4.4: Zeitabhängiger Faktor  $\eta$  zur Änderung der elastische Rückstellkraft

Das Simulationsmodell bildet die nichtlineare Bewegungsgleichung 3.9 nach. Insbesondere ist die in der Tabelle 3.3 erläuterte Fallunterscheidung für die Berechnung der Haftreibung implementiert. Als Fehler wird die Steifigkeitskraft mit dem zeitabhängigen Faktor  $\eta$  multipliziert, den Bild 4.4 zeigt. Während der ersten 0,1s mit  $\eta = 1$  wird das fehlerfreie Verhalten ermittelt. Danach werden verschiedene







se erfolgt mit Hilfe der maximalen  $\mu$ -Werte der verschiedenen Entwürfe. Ein Wert kleiner als Eins bedeutet, daß die definierte Anforderung für die komplette, durch die Unsicherheiten definierte Modellschar erfüllt ist (vgl. Kapitel 2). Bild 4.8 zeigt für die drei Unsicherheitsbeschreibungen den  $\mu$ -Wert in Abhängigkeit der Anforderungsgewichtung.

Am wichtigsten erscheint, daß keine Konfiguration die geforderte Schätzgüte erfüllt. Anders ausgedrückt, es kann nicht ein maximaler stationärer Fehler von 10 % (bzw. 1%) garantiert werden. Der maximale  $\mu$ -Wert sinkt deutlich mit den Gewichtungen  $w_{10}$  und  $w_{11}$ , was auf die geringere statische Genauigkeit zurückzuführen ist. Im Gegensatz dazu hat die Auswahl der Eckfrequenz nur einen kleinen Einfluß. Lediglich mit der zweifach parametrischen Unsicherheitsbeschreibung verschlechtern sich die  $\mu$ -Werte mit der geforderten Dynamik der Schätzung. Weiterhin ist auffällig, wie wenig die Ergebnisse sich in Abhängigkeit der Unsicherheitsbeschreibung verändern. Insbesondere erscheint die gemischte Unsicherheit keine schärfere Anforderung im Vergleich zur einfachen parametrischen Unsicherheit darzustellen.

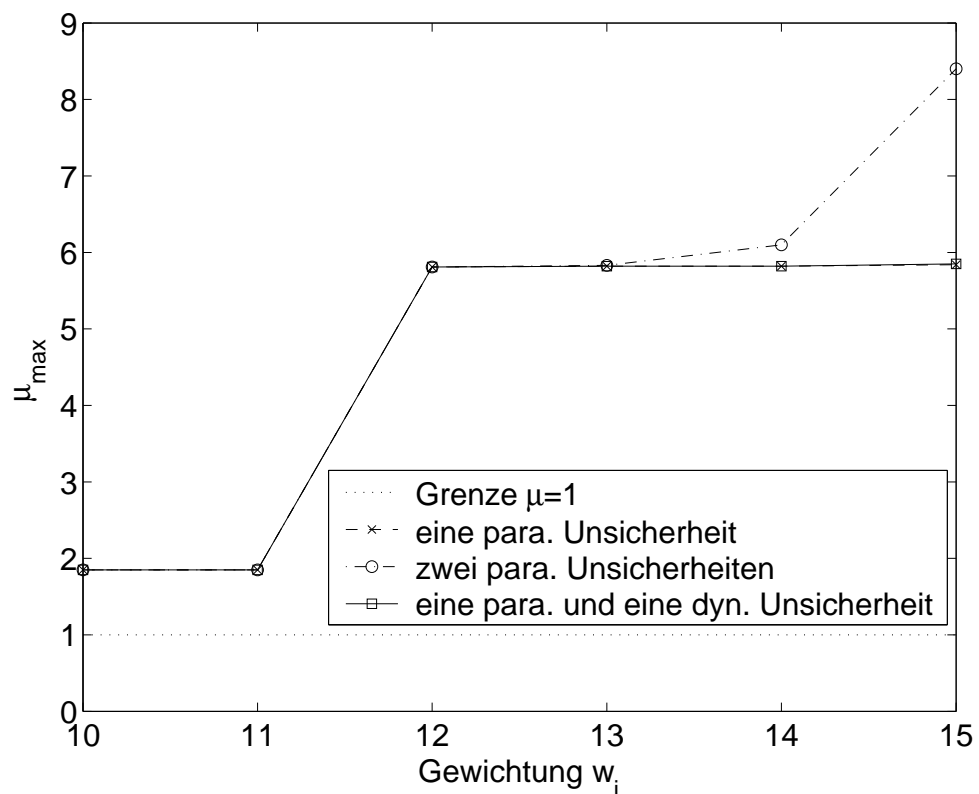


Abbildung 4.8: Maximale  $\mu$  Werte für die Schätzung der externen elastischen Rückstellkraft

Aus der Deutung dieser Beobachtungen lassen sich erste Schlüsse ziehen. Da keines der entworfenen Filter die Anforderung einhält, soll die Aufgabe neu gestellt werden. Die Anforderungen  $w_{10}$  und  $w_{11}$  an die Schätzgüte werden mit einem statischen Schätzfehler von 10 % als minimal betrachtet. Eine weitere Verringerung der

Schätzgüte ist unzureichend, damit eine genaue Fehlererkennung gewährleistet ist. Desgleichen ist die Modellschar, unabhängig vom Unsicherheitsmodell, schon optimal an die Realität angepaßt worden. Es soll somit eine grundsätzliche Änderung in der Struktur vorgenommen werden.

Die gemischte Unsicherheitsbeschreibung stellt keine größere Anforderung als die einfach parametrische dar, weil die  $\mu$ -Werte in beiden Fällen gleich sind. Dies bedeutet, daß die dynamische Unsicherheit eine vernachlässigbare Verschärfung der ursprünglichen Aufgabe darstellt. Da die dynamische Unsicherheit eine bedeutende Amplitude aufweist, zeigt dieses Ergebnis, daß das Ziel der Unterdrückung dieser Unsicherheit erfüllt wird. Weiterhin stellt das Hauptziel, die Schätzung der Kraft  $f_{c,a}$  unter Präsenz der parametrischen Unsicherheit  $W_c$ , die größte Herausforderung dar.

Die Einschränkungen des betrachteten Ansatzes motivieren den direkten Übergang zu der Darstellung der Fehler durch die parametrische Unsicherheitsbeschreibung (siehe Bild 4.9). Die Ergebnisse der Simulation sind hier nicht relevant.

#### 4.2.2 Filter zur Kraftschätzung - Fehlermodellierung über die Unsicherheit

Als zweites Entwurfsproblem wird also lediglich eine Änderung in der Aufgabenformulierung vorgenommen. Anstatt ein externes Signal  $f_{c,a}$  zu schätzen, soll  $\hat{f}_c$  dem Ausgang der Unsicherheitsskalierung  $\delta_c$  folgen. Bild 4.9 zeigt die neue Situation, wobei die parametrische Dämpfungsunsicherheit jetzt dargestellt wird (vgl. Bild 4.7).

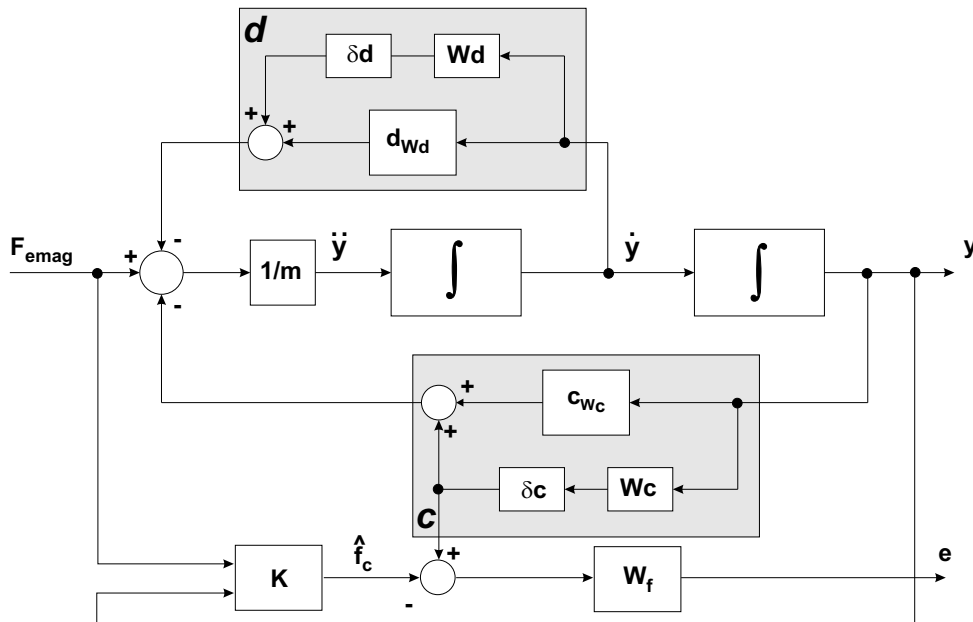


Abbildung 4.9: Struktur mit parametrischen Unsicherheiten und Steifigkeitsfehler

Die Analyse der Robustheit erfolgt erneut mit Hilfe der maximalen  $\mu$ -Werte der verschiedenen Entwürfe. Bild 4.10 zeigt die Entwicklung in Abhängigkeit der Gewichtung.

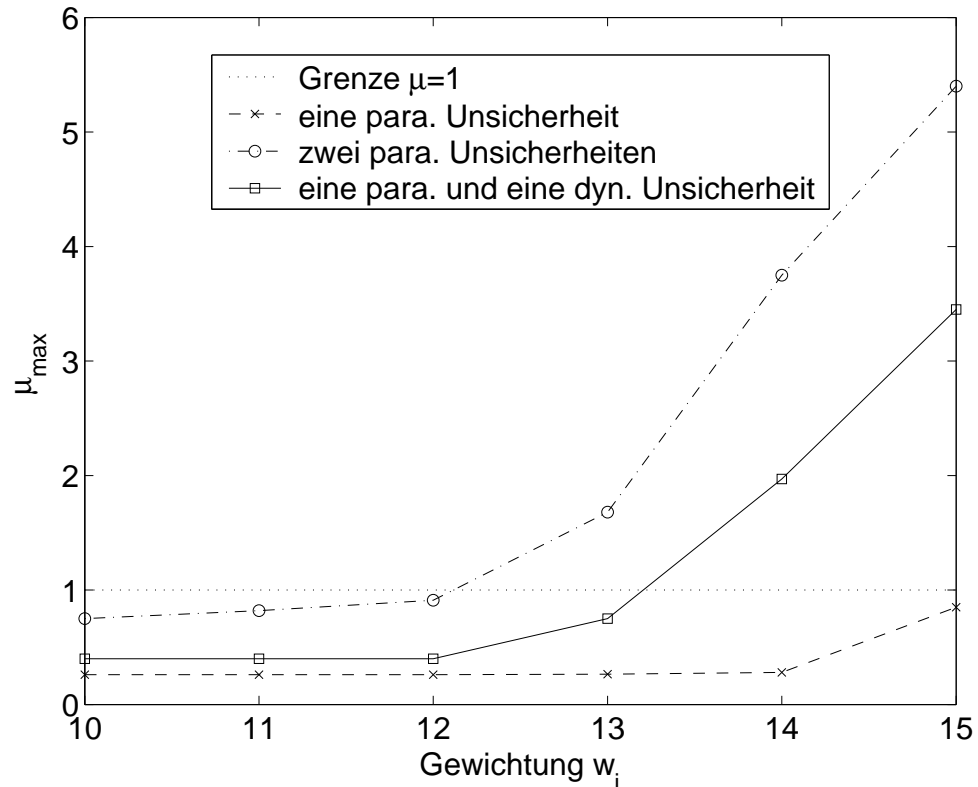


Abbildung 4.10: Maximale  $\mu$  Werte für die Schätzung der elastischen Rückstellkraft über der Unsicherheit

Die wichtigste Beobachtung ist eine Bestätigung für den Wechsel zur Schätzung der Unsicherheit  $\delta_c \cdot W_c$  anstatt der externen Kraft  $f_c$ : in 13 von 18 Fällen ist der maximale  $\mu$ -Wert kleiner als 1. Der Entwurf ist also im Sinne der Robustheitsanalyse für 2/3 der Anforderungen gelungen.

Im Fall einer einfachen parametrischen Unsicherheit ist sogar die Bedingung  $\mu < 1$  für alle Gewichtungen erfüllt, wobei mit  $w_{15}$  die Grenze fast erreicht wird. Bei dieser Konfiguration hat der Schätzer nur den Freiheitsgrad der Unsicherheit  $W_c$ . Die Anhebung des  $\mu$ -Wertes gegen 1 deutet auf das Erreichen der Grenzdynamik für den Schätzer hin. Diese ist mit dem schnellsten Pol des nominellen Modells verbunden, der bei  $1340 \text{ rad/s}$  liegt.

Im Vergleich zum Bild 4.8 sind die Unterschiede deutlicher geworden, sowohl zwischen den drei Unsicherheitsbeschreibungen als auch in Abhängigkeit der Gewichtung. Wie schon im vorherigen Abschnitt beobachtet, stellt die zweifache parametrische Unsicherheit die höchste Anforderung dar, insofern als durchgehend die höchsten  $\mu$ -Werte verzeichnet werden (vgl. Bild 4.10). In diesem Fall sollen die

Abweichungen am Summierpunkt der Kräfte zwischen zwei unsicheren Kräften verteilt werden. Nur die Weg- bzw. Geschwindigkeitsproportionalität kann zur Unterscheidung dienen. Währenddessen ist die gemischte Unsicherheitsbeschreibung im Vorteil, weil keine Ambiguität zwischen  $W_c$  und  $W_{dd}$  insofern existiert, als letztere Unsicherheit auf den Hub addiert wird (vgl. Bild 4.2). In dieser Konfiguration kann bis zur Gewichtungsfunktion  $w_{13}$  ein  $\mu$ -Wert kleiner als 1 erzielt werden (Bild 4.10).

Der deutliche Einfluß der Gewichtung auf den maximalen  $\mu$ -Wert in allen Fällen ist ein weiterer Hinweis dafür, daß das Konzept jetzt ein lösbares Problem anbietet. Anders ausgedrückt kann jetzt behauptet werden, daß die in der Dynamik des Systems beinhaltete Information benutzt wird.

Zur weiteren Auswertung der Schätzer, deren maximaler  $\mu$ -Wert kleiner als 1 ist, wird die Simulation herangezogen. Hierbei werden die 3 Unsicherheitsbeschreibungen separat betrachtet. Als erstes wird die einfache parametrische Unsicherheit als grundlegender Fall analysiert.

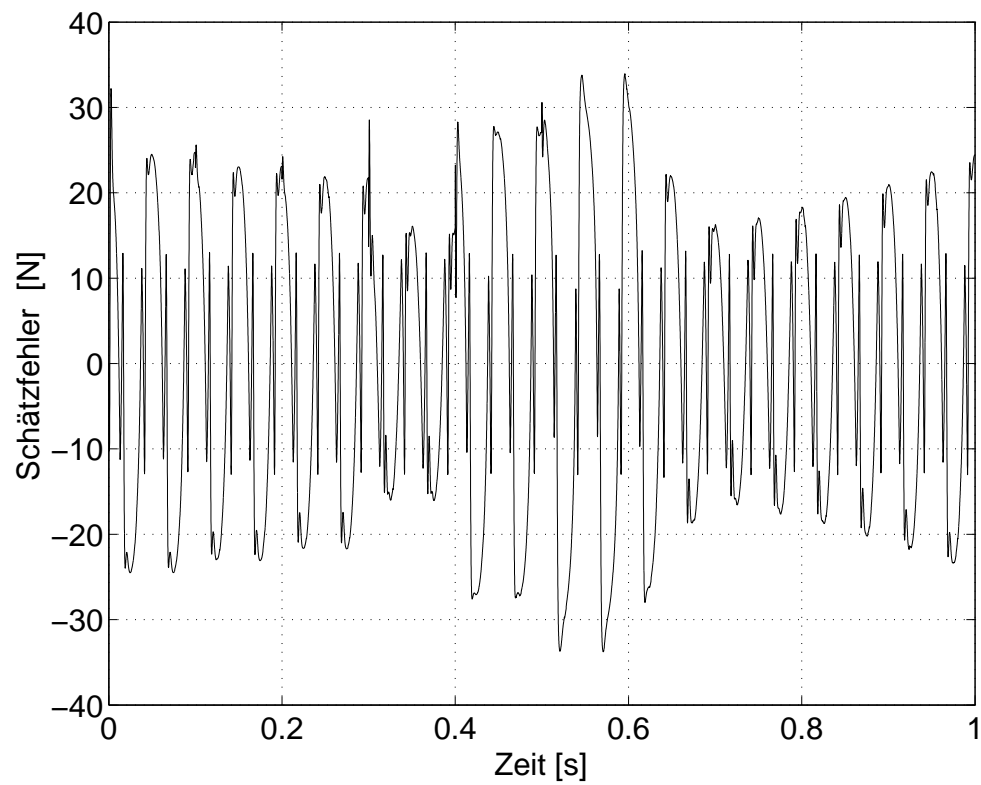
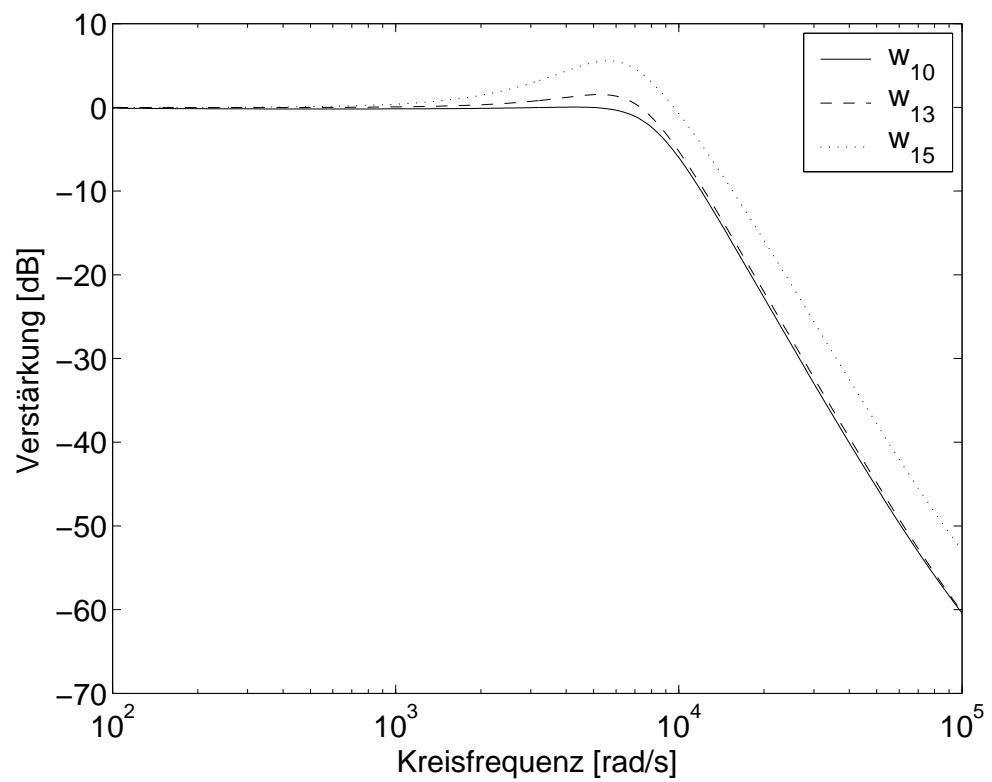
### Einfache parametrische Unsicherheit

Bild 4.11 zeigt den Schätzfehler für den Entwurf mit einer parametrischen Unsicherheit und der Gewichtung  $w_{15}$ . Diese wurde ausgewählt, weil sie am nächsten die Zielvorgabe  $\mu < 1$  erfüllt. Jedoch entspricht das Ergebnis nicht der Erwartung, da schon im fehlerfreien Zustand (vgl. Bild 4.4) bis zu 25 % Abweichung erreicht werden, also etwa 10 % der Anregung aus Gl. 4.4. Im Bild 4.3 liegt, bei der Erregungsfrequenz von  $\omega = 125 \text{ rad/s}$  die Gewichtung  $w_{15}$  deutlich oberhalb von 10. Laut dem Ergebnis  $\mu < 1$  sollte die maximale Übertragung zum Schätzfehler an dieser Stelle deutlich kleiner als 1/10, also 10 %, sein.

Diese Diskrepanz kann eine Folge der nicht genügenden Beschreibung der Unsicherheiten sein. Der Entwurf setzt keine Approximation der Dämpfung voraus. Zudem kollidieren im Entwurfziel Fehler und Unsicherheit bezüglich der Steifigkeit. Hier deutet sich ein Nachteil dieser Struktur an, die dem Robustheitsziel widerspricht: die Gleichwertigkeit von Fehler und Unsicherheit. In diesem extremen Fall werden alle Abweichungen dem nominalen Modell der einzigen parametrischen Unsicherheit zugerechnet. Dies erkennt man in Bild 4.11 z.B. an der nicht vorhandenen Monotonie im Bereich der Nulldurchgänge, die durch die Haftreibung verursacht wird.

Ein Vergleich der Schätzfehler in Abhängigkeit der Gewichtungsfunktionen  $w_{1i}$  zeigt, daß diese nur einen geringen Einfluß auf das Verhalten ausüben. Die Beobachtung ist durch den Amplitudengang (Bild 4.12) bestätigt, wobei nur die Übertragung zwischen der Motorkraft  $F_{emag}$  und der geschätzten elastischen Rückstellkraft  $\hat{f}_c$  in Betracht gezogen wurde. Es ist festzustellen, daß die Verstärkung vergleichbar, und lediglich die Eckfrequenz leicht verschoben ist.

Erstaunlich ist die Tatsache, daß die höhere Anforderung an die Genauigkeit keine Änderung der Verstärkung für kleine Kreisfrequenzen nach sich zieht. Die klassische

Abbildung 4.11: Schätzfehler - Eine parametrische Unsicherheit, Gewichtung  $w_{15}$ Abbildung 4.12: Amplitudengang  $G_{F\hat{f}_c}$ , Vergleich zwischen 3 Gewichtungen

Forderung nach hoher Verstärkung für eine hohe Genauigkeit im Regelkreis hat hier keine Bedeutung. Die vergleichbaren Schätzfehler zeigen allerdings, daß die Anforderung im statischen Bereich fast keinen Einfluß auf die Genauigkeit haben. Diese Beobachtung ist eine Folge der offenen Kreisstruktur. Der Entwurf ist lediglich eine Abbildung des definierten Systems, daß heißt, ein mit Unsicherheiten und Gewichungen erweitertes Modell der Strecke. Die Genauigkeitsanforderung dient nur zur Gewichtung des Frequenzbereichs. Betrachtet man zum Beispiel  $K_{FWc}$  und  $G_{FWc}$  als Übertragung des Schätzers bzw. der Streckendefinition zwischen  $F_{emag}$  und der Unsicherheitsgewichtung  $W_c$  (vgl. Bild 4.9), gilt es als Entwurfsziel:

$$(4.5) \quad |K_{FWc}(\omega) - G_{FWc}(\omega)| \cdot w_{1i}(\omega) < 1 \quad \forall \omega, i = 1..5$$

Demnach entspricht eine Multiplikation der Gewichtung mit einem Faktor 10 beim Schätzer nicht der gleichen Operation, wie es in einem Regelkreis der Fall wäre. Die Forderung wird explizit von:

$$|K_{FWc} - G_{FWc}| < \frac{1}{10}$$

durch die minimal restriktivere Bedingung:

$$|K_{FWc} - G_{FWc}| < \frac{1}{100}$$

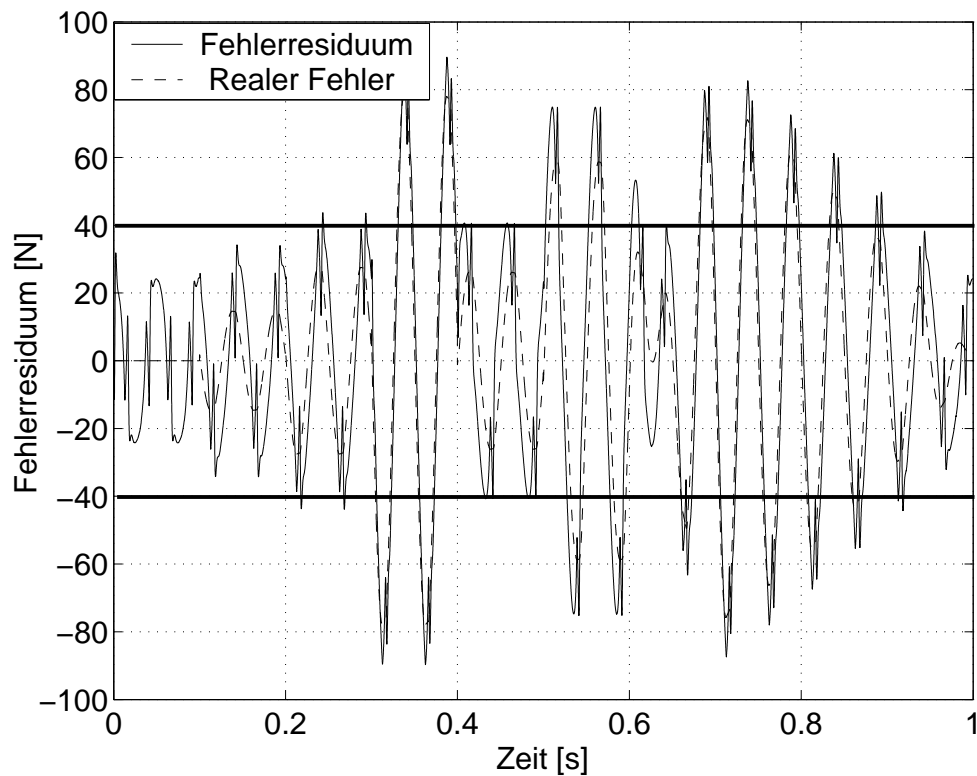
ersetzt.

Bild 4.13 zeigt den Vergleich zwischen tatsächlichem Fehler und Fehlerresiduum für die Gewichtung  $w_{15}$ . Setzt man eine Fehlerschwelle bei 40 N, um eine große Sicherheitsreserve gegenüber dem grundsätzlichen Fehler zu gewinnen, können die Fehler ab ca. 20 % Änderung des Koeffizienten (siehe Bild 4.4) erkannt werden. Jedoch ist die Größe der Fehler im Allgemeinen falsch geschätzt. Bemerkenswert ist die bessere Schätzung, wenn der Fehler eine starke Anhebung der Steifigkeit bedeutet (zwischen 0.4 und 0.5 s). Dies ist zum einen auf das niedrige Unsicherheits-zu-Fehler-Verhältnis zurückzuführen. Zum anderen werden bei höherer Steifigkeit Hub und vor allem Geschwindigkeit kleiner, so daß die Unsicherheiten an sich kleiner werden.

Faßt man die Ergebnisse zusammen, so ergibt sich folgendes Bild:

- Die prinzipielle Anwendbarkeit des Ansatzes zur Gewinnung von Fehlerresiduen ist bewiesen worden.
- Die Methode ermöglicht keine Beeinflussung der Genauigkeit im Bezug auf das Wunschverhalten. Es können lediglich die wesentlichen Frequenzbereiche hervorgehoben werden.
- Die Genauigkeit kann mit einer einzigen Unsicherheit nicht ausreichend sein, weil alle Abweichungen zwischen dem nichtlinearen Modell und der erweiterten linearen Strecke auf diese aufgeschlagen werden.



Abbildung 4.13: Fehlerresiduum für  $w_{15}$  und Referenz

- Mit einer expliziten Unsicherheit über der Dämpfung wird eine Verbesserung erwartet, weil die Zuweisung der genannten Abweichungen nicht mehr zwangsweise auf die parametrische Steifigkeitsunsicherheit  $W_c$  stattfindet. Jedoch bleibt die Genauigkeit nur davon abhängig, wie genau die Modellschar der erweiterten Strecke die Nichtlinearität abdeckt.

### Zweifache parametrische Unsicherheit

Die Betrachtung einer zweiten parametrischen Unsicherheit über der Dämpfung läßt den  $\mu$ -Wert schon für  $W_f = w_{13}$  den Grenzwert von Eins überschreiten (vgl. Bild 4.10). Bild 4.3 zeigt aus dem Vergleich zwischen den Verläufen von  $w_{11}$ ,  $w_{12}$  und  $w_{13}$ , daß eine hohe Genauigkeitsanforderung schon bei sehr kleinen Kreisfrequenzen nicht eingehalten wird.

Bild 4.14 zeigt den Amplitudengang der Übertragungsfunktion zwischen  $F_{emag}$  und  $\hat{f}_c$  für die Gewichtungen  $w_{10}$  und  $w_{12}$ , die  $\mu < 1$  erfüllen, sowie  $w_{15}$ , die diese Bedingung überschreitet. Die 3 Kurven weisen eine deutlich niedrigere Eckfrequenz als ihre Äquivalente in Bild 4.12 auf.

Die Auswirkung der Unsicherheit  $W_d$  ist um die Eckfrequenz der Strecke konzentriert, weshalb hohe Gewichtungsfunktionen in diesem Frequenzbereich zu strenge Anforderungen bedeuten. Die Übertragungsamplitude wird vor der Eckfrequenz der Strecke reduziert, wie Bild 4.14 besonders an der Gewichtung  $w_{12}$  zeigt. Dadurch soll

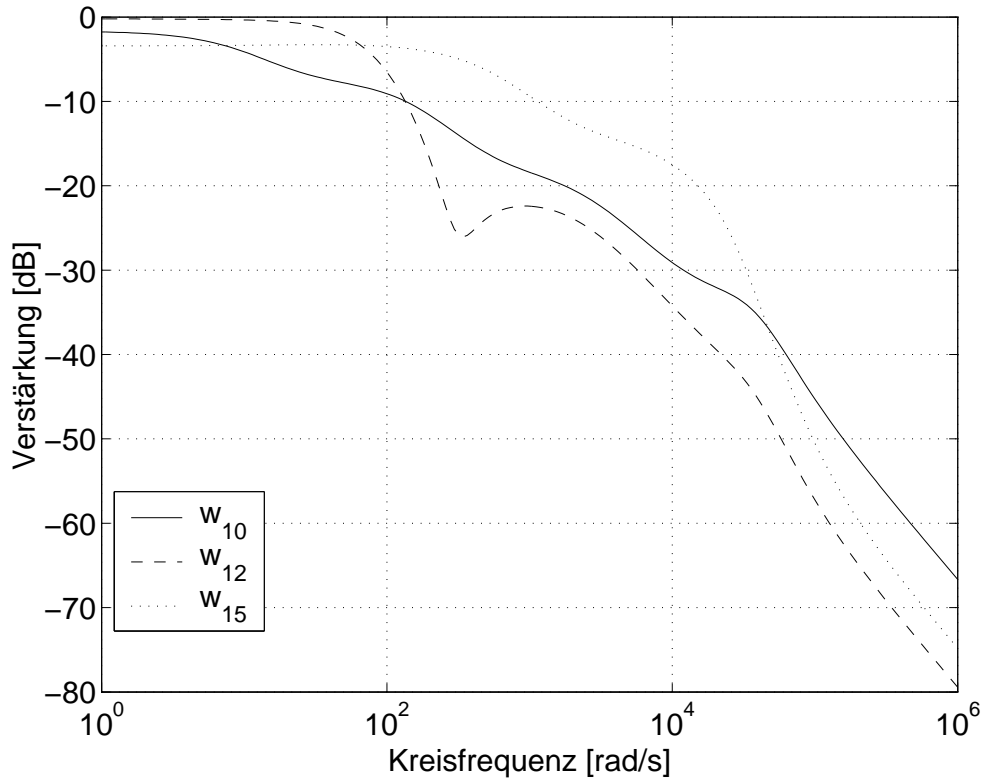


Abbildung 4.14: Amplitudengang  $G_{F\hat{f}_c}$ , 2 parametrische Unsicherheiten, Vergleich zwischen 3 Gewichtungen

der Einfluß der Unsicherheit in den Dämpfungskräften auf den Schätzfehler vermindert werden. Diese Bemerkung kann umgekehrt werden: der unmögliche Kompromiß zwischen Robustheit gegenüber  $W_d$  und hohe Gewichtung dieses Frequenzbereiches spiegelt sich in der höheren und breitbandigeren Amplitude des Frequenzgangs wieder, wenn  $w_{15}$  zum Entwurf herangezogen wird (Bild 4.14).

Diese Beobachtungen lassen auf eine Verbesserung in der Simulation hoffen, weil die Unsicherheit  $W_d$  offensichtlich das Ergebnis des Entwurfs beeinflusst. Bild 4.15 links zeigt für die schon betrachteten Gewichtungen die Ergebnisse während der fehlerfreien ersten 0.1 s. Jetzt sind deutliche Unterschiede zwischen den verschiedenen Gewichtungen zu sehen, insbesondere in der Dynamik entsprechend der Frequenzbereichsbetrachtung von Bild 4.14.

Eine direkte Zuordnung des Schätzfehlers zu einer Nichtlinearität (vgl. Bild 4.11) ist nicht mehr möglich, außer in geringen Maßen für  $w_{15}$ , wo zum Beispiel der kurze Einbruch bei  $t = 0.04$  s auf die Haftreibung hindeutet. Daraus läßt sich schließen, daß die Abweichungen über beide Unsicherheiten effektiv verteilt werden.

Aber entgegen der Erwartung verkleinert sich nicht die Amplitude der Schätzfehler, sie wird sogar deutlich größer für die Gewichtungsfunktionen  $w_{10}$  mit ca. 60 N und  $w_{12}$  mit ca. 40 N. Letzteres wird anhand der kleinen Amplitude dieser Gewichtungen bei der Anregungsfrequenz ersichtlich. Sie beträgt nämlich Eins, was einen 100-

prozentigen Fehler erlaubt.

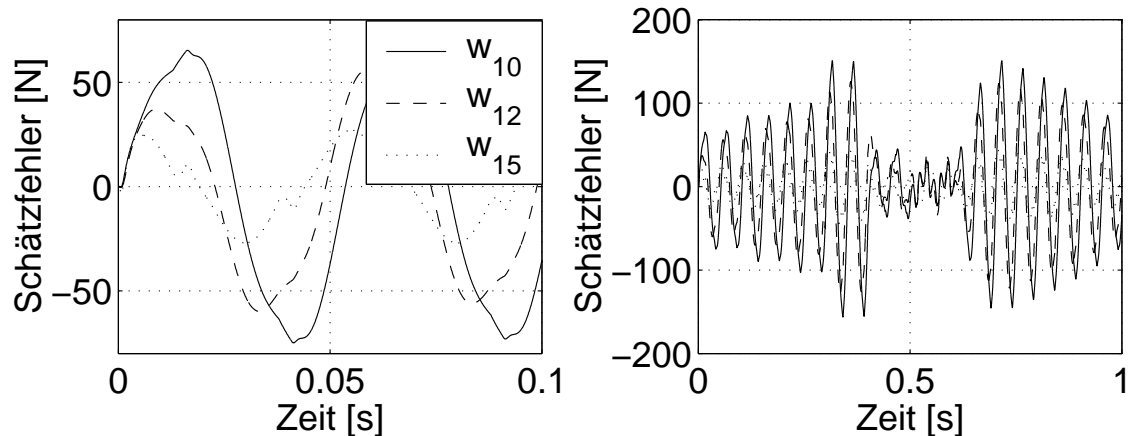


Abbildung 4.15: Schätzfehler - Zwei parametrische Unsicherheiten, Vergleich zwischen 3 Gewichtungen

Interessant ist auch die Beobachtung des Schätzfehlers in Abhängigkeit vom Faktor  $\eta$  (vgl. Bild 4.4). Umgekehrt zu Bild 4.11 zeigt Bild 4.15 rechts niedrigere Fehler, wenn zwischen  $t = 0.4\text{ s}$  und  $t = 0.6\text{ s}$  sich die Steifigkeit verkleinert. Diese Verkleinerung verursacht einen größeren Hub, eine größere Geschwindigkeit und folglich größere Dämpfungskräfte. Da der Schätzer erst unter übermässigen Dämpfungskräften näher an die Realität reicht, wird das zu hohe Gewicht der Dämpfungsunsicherheit ersichtlich.

Auf diese Unsicherheit reagiert der  $\mu$ -Entwurf im offenen Kreis durch eine Verkleinerung des Amplitudengangs im betroffenen Frequenzbereich (vgl. Bild 4.14). Der Algorithmus versucht diese Frequenzanteile nicht zu übertragen und so den Schätzfehler zu minimieren. Regt man das System im entsprechenden Frequenzbereich an, spiegelt sich die zu geringe Verstärkung in einem zusätzlichen Schätzfehler wider (vgl. Bild 4.15, links). Dieser Schätzfehler kann durch die Verkleinerung der Steifigkeit kompensiert werden, insofern als daß sie der Dämpfung ein größeres Gewicht in der Bilanzgleichung verleiht (vgl. Bild 4.15, rechts).

Diese Beobachtung setzt sich im Bild 4.16 fort, das das Fehlerresiduum gegenüber dem realen Fehler für die Gewichtung  $w_{15}$  darstellt. Zwischen  $t = 0.4\text{ s}$  und  $t = 0.6\text{ s}$  wird das Residuum am genauesten. Jedoch ist das Fehlerresiduum nicht ausreichend, um die meisten Fehler zu erkennen, wenn man eine feste Fehlerschwelle bei  $40\text{ N}$  betrachtet.

Zusammenfassend ist das Ergebnis der Strukturерweiterung mit einer parametrischen Unsicherheit über der Dämpfungskonstante bescheiden. Entgegen der Erwartung einer besseren Unterscheidung zwischen den Unsicherheitsquellen wird eher der Schätzfehler durch diesen zusätzlichen Freiheitsgrad erhöht. Zum einen läßt sich dies dadurch erklären, daß die Gleichung am Summierungspunkt der Kräfte wie-

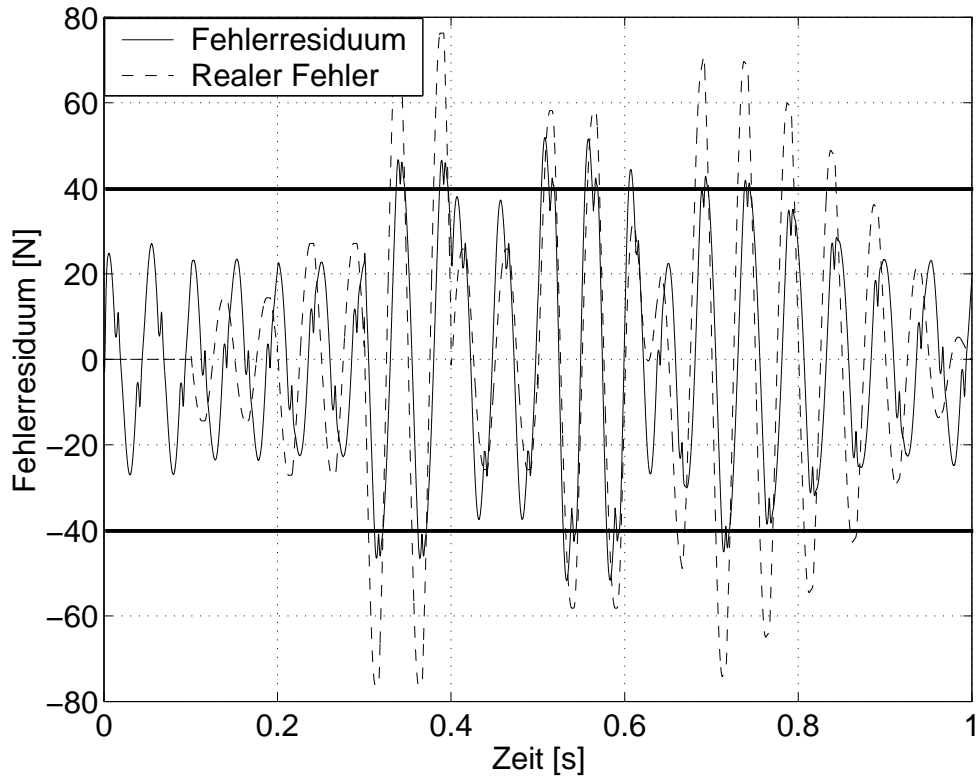


Abbildung 4.16: Fehlerresiduum für  $w_{15}$  und Referenz

der überbestimmt ist. Zum anderen spielt die offene Kreisstruktur eine negative Rolle (vgl. Gleichung 4.5), indem die Unsicherheit eine direkte Reduzierung der Verstärkung entsprechend ihrer Größe hervorruft. Wird die Unsicherheit überschätzt, dann verschlechtert sich das Ergebnis. Ohne Schließung eines Beobachterkreises läßt sich diesen Effekt nicht kompensieren.

### Gemischte Unsicherheit, parametrisch für die Steifigkeit und dynamisch für die Dämpfung

Mit Hilfe einer dynamischen Unsicherheit über der Dämpfung, anstatt einer parametrischen, werden bessere Ergebnisse erwartet, weil diese in Präsenz unstetiger Nichtlinearitäten eine genauere Beschreibung darstellt (vgl. Abschnitt 4.1.2). Zudem weicht sie dem Problem der Überbestimmtheit insofern aus, als daß die dynamische Unsicherheit am Ausgang der Strecke hinzuaddiert wird (vgl. Bild 4.2).

Bild 4.10 zeigte schon eine Verbesserung, insofern als  $\mu < 1$  für  $W_f = w_{13}$  noch erzielt werden konnte. Bild 4.17 links zeigt am Beispiel dieser Gewichtung  $w_{13}$  den Schätzfehler  $\hat{f}_c - f_c$ . Dieser ist zwar größer als mit einer einzigen parametrischen Unsicherheit (vgl. Bild 4.11). Da  $w_{13}$  aber kleinere Werte als  $w_{15}$ , die im Fall einer einzigen parametrischen Unsicherheit den Grenzfall  $\mu < 1$  darstellte, annimmt, war diese Entwicklung zu erwarten. Jedoch bleibt der Schätzfehler immer in der gleichen

Größenordnung, unabhängig vom eingepägten Fehler. Dies zeugt vom robusten Verhalten.

Bild 4.17 rechts zeigt das mit der gleichen Gewichtung erzielte Fehlerresiduum. Dieses weist Ähnlichkeiten mit dem Bild 4.13 und dem Fall einer einzigen parametrischen Unsicherheit auf. Der grundsätzliche Fehler ist zwar größer geworden, jedoch bleibt das Residuum nah an dem realen Fehler.

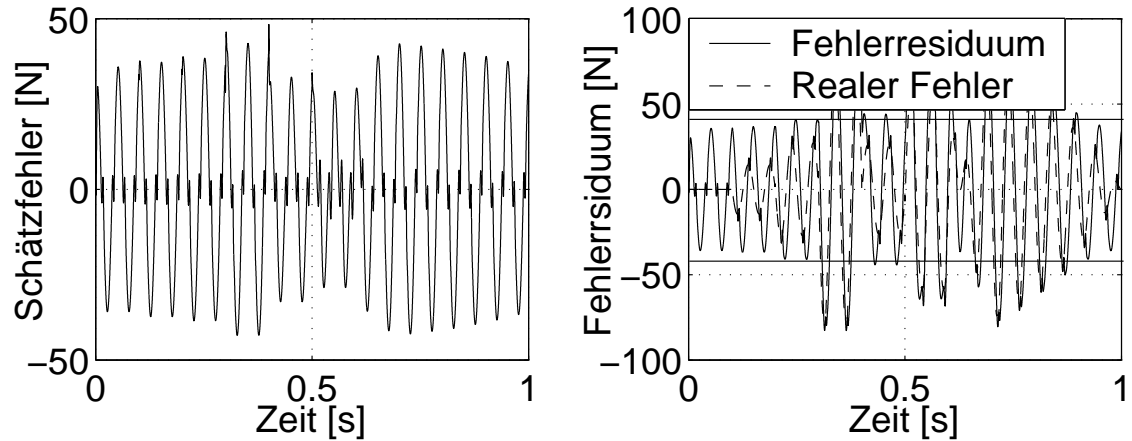


Abbildung 4.17: Schätzfehler und Fehlerresiduum, Gewichtung  $w_{13}$

Eine Verbesserung bezüglich der Unterscheidung zwischen Fehler und Unsicherheit bzw. zwischen Steifigkeits- und Dämpfungsänderung ist jedoch nicht erzielt worden. Wie schon erläutert, stellt die zusätzliche Unsicherheit eine Forderung dar, die entgegen der Genauigkeit des Schätzers wirkt. In dieser Struktur, entsprechend einem offenen Kreis, ist der Schätzer lediglich ein Abbild des ihm vorgegebenen linearen Modells. Die Unsicherheit ruft eine Differenz zum nominalen Modell hervor, so daß der maximale Fehler minimiert wird. Hierbei wirkt sich die Gewichtung als eine Abstimmung zwischen nominalem und unsicherem Modell aus.

Die Notwendigkeit einer Rückführung, die dem Schätzer, wie einem Regler, eine Information über seine Fehllage vermittelt, wird daraus deutlich.

### 4.3 Optimierung im geschlossenen Kreis

In den nächsten Abschnitten wird eine Beobachterstruktur betrachtet, um Meßstörungen und Nichtlinearitäten mit Hilfe einer Rückführung besser berücksichtigen zu können. Bild 4.18 zeigt am Beispiel der zweifachen parametrischen Unsicherheit die neue Entwurfsstruktur. Ein Vergleich mit Bild 4.9 verdeutlicht die wesentlichen Neuigkeiten des Blockschaltbilds:

- Zwei Fehlerfunktionen  $e_1$  und  $e_2$  sollen minimiert werden.

- Das Signal  $e_1$  entspricht dem eigentlichen Schätzfehler des Beobachters zwischen „Führungs-“ (oder Meßgröße)  $y$  und „Regelgröße“ (oder Schätzgröße)  $\hat{y}$ . Die Gewichtungsfunktion  $W_{f1}$  ergänzt die Anforderungsbeschreibung.
- Das Signal  $e_2$  wurde aus der bisherigen Struktur übernommen.  $W_{f2}$  ersetzt den Block  $W_f$ . Er stellt eine notwendige Ergänzung des Beobachters dar, um die Aufgabe der Fehlererkennung zu erfüllen.

Ein Einwand gegen diese Charakterisierung der Fehlererkennungsaufgabe liegt in der Tatsache, daß das Fehlersignal  $\hat{f}_c$  immer noch keine Rückwirkung auf das Modell hat. Somit ist es nicht Bestandteil des geschlossenen Kreises. Im Vergleich zum letzten Abschnitt stützt sich jedoch die Fehlererkennung nicht mehr nur auf ein Modell. Über die Rückführung von  $\hat{y}$  fließt die Abweichung des Modells von der Realität in die Berechnung ein.

Schließlich wird dieser Nachteil umgegangen, indem das als fehlerrepräsentativ optimierte Signal  $\hat{f}_c$  durch das Beobachterresiduum  $y - \hat{y}$  definiert wird. Somit ist das Fehlersignal im Beobachterkreis eingeschlossen. Bild 4.31 in Abschnitt 4.3.2 zeigt diese letzte Variante der Untersuchungen zur Detektion interner Fehler.

#### 4.3.1 Fehlererkennung parallel zur Kreiskorrektur

Bild 4.18 zeigt am Beispiel einer zweifachen parametrischen Unsicherheit die für die Fehlererkennung ergänzte Beobachterstruktur. Die parametrischen Unsicherheiten sind aus numerischen Gründen multiplikativ dem Dämpfungs- bzw. Steifigkeitswert vorgeschaltet. Da die Koeffizienten  $c$  und  $d$  groß sind, würden Unsicherheiten auf den Kräften, also nach den Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten, die Konvergenz der  $\mu$ -Synthese gefährden. Diese Änderung der Unsicherheitsdarstellung bewirkt nur eine Skalierung der durch den Filter geschätzten Werte  $\hat{f}_c$  mit der äquivalenten Steifigkeit  $c_{wc}$ .

Für die zusätzliche Gewichtungsfunktion  $W_{f1}$  wurden die Amplitudengänge  $w_{10}$  bis  $w_{15}$  eingesetzt, damit die Vergleichbarkeit bestehen bleibt. Die Auswertung der Ergebnisse, insbesondere die Analyse der  $\mu$ -Werte, erfolgt entsprechend den zwei Freiheitsgraden  $W_{f1}$  und  $W_{f2}$  zweidimensional.

#### Prozeß mit einer parametrischen Unsicherheit

Bild 4.19 zeigt die erreichten  $\mu$ -Werte in Abhängigkeit der Gewichtungen. Der Wert steigt wie erwartet mit dem Anspruch der Gewichtung. Jedoch beobachtet man Unterschiede zwischen den Einflüssen von  $W_{f1}$  und  $W_{f2}$ .

Mit  $W_{f1}$  sind deutliche Änderungen nur für  $W_{f2} = w_{15}$  festzustellen. In diesem Fall zeigt sich die geforderte Dynamik, die durch die Eckfrequenzen der Gewichtung  $W_{f1}$  beeinflusst wird, als maßgeblicher Faktor. Dies erkennt man an dem kleineren

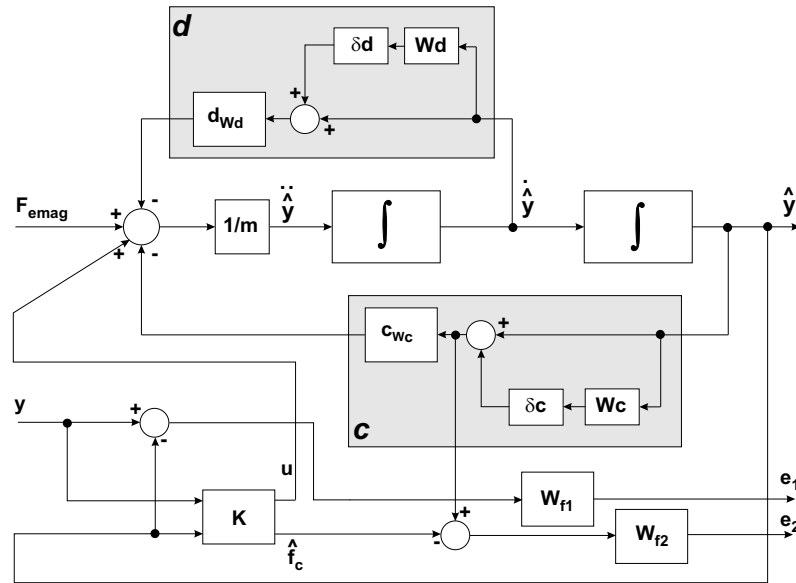
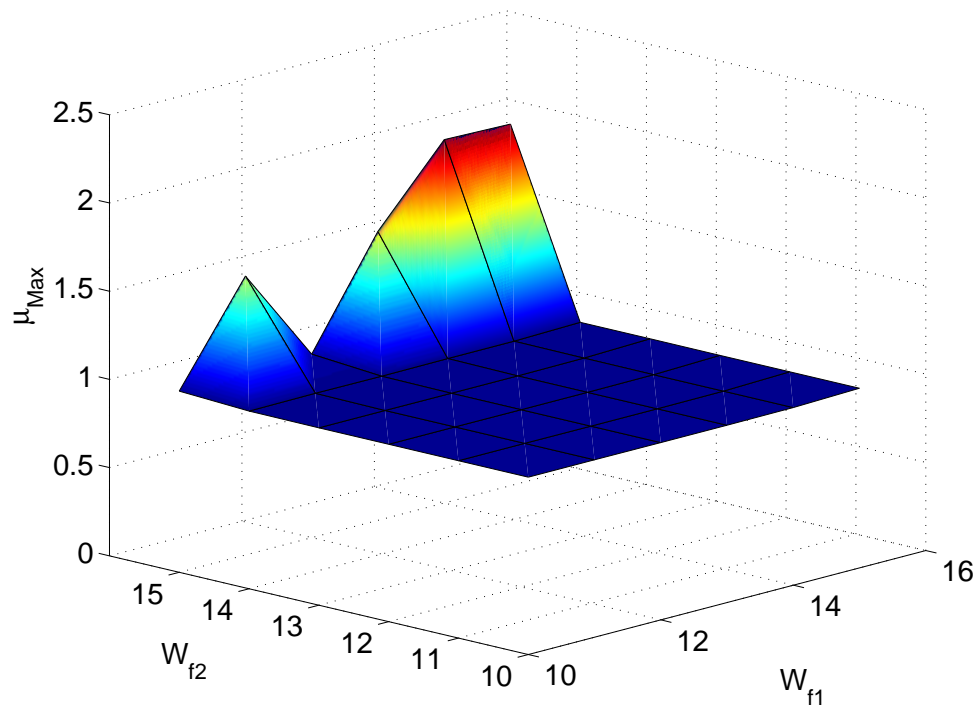


Abbildung 4.18: Fehlerschätzung über die Unsicherheit

Abbildung 4.19: Einfluß der Gewichtungen auf den maximalen  $\mu$ -Wert

$\mu$ -Wert für  $W_{f1} = w_{12}$ . Diese Gewichtung hat eine höhere statische Verstärkung als  $w_{11}$ , jedoch eine kleinere Eckfrequenz, so daß  $w_{11}$  oberhalb von  $w_{12}$  ab  $\omega \simeq 1 rad/s$  liegt (siehe Bild 4.3). Wiederum ergeben  $w_{13}$  und  $w_{11}$  ungefähr den gleichen  $\mu$ -Wert, was für den geringen Einfluß der Amplitude zeugt. Der Unterschied zwischen  $w_{11}$  und  $w_{13}$  liegt im niederfrequenten Bereich (bis  $\omega \simeq 80 rad/s$ ), wo die statischen Verstärkungen um einen Faktor 10 auseinanderliegen.

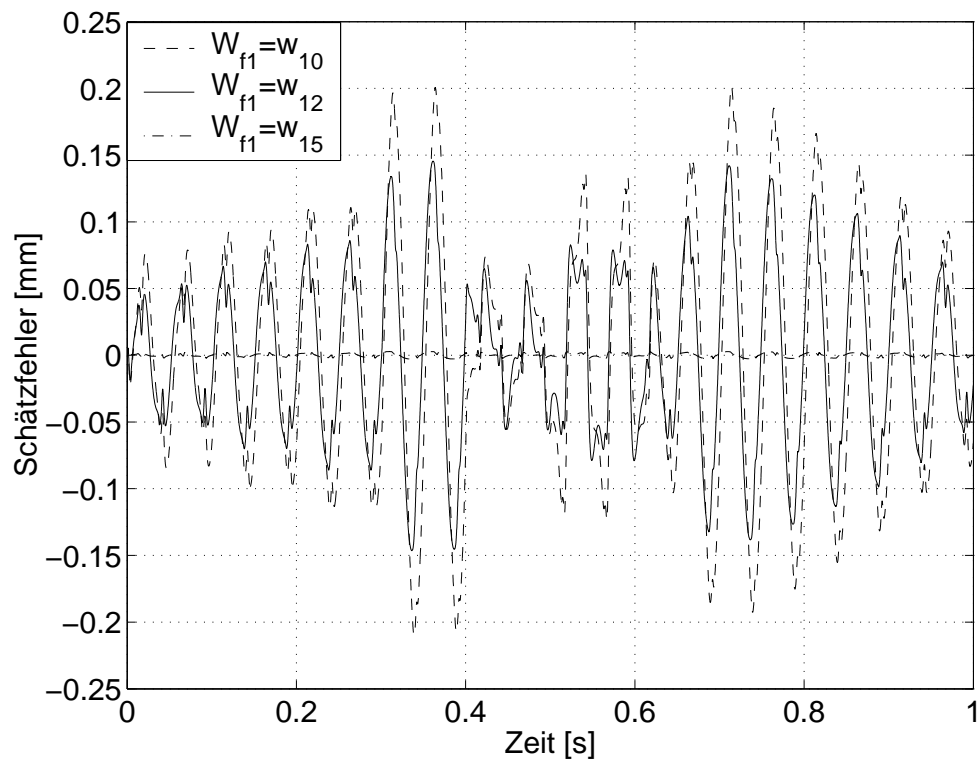
Mit Änderungen von  $W_{f2}$  wiederholt sich ein annähernd exponentieller Anstieg mit (fast) konstanten  $\mu$ -Werten von  $w_{10}$  bis  $w_{13}$ , in seiner Form unabhängig der Gewichtung  $W_{f1}$ . Der Zuwachs wird nur stärker bei wachsender Eckfrequenz der Gewichtung  $W_{f1}$ . Zudem zeigt Bild 4.10 für den Fall einer einzigen parametrischen Unsicherheit und einer offenen Kreisstruktur (wo  $W_f$  dem aktuellen  $W_{f2}$  entspricht) ein ähnliches Verhalten. Bemerkenswert sind nur die deutlich höheren Werte mit der geschlossenen Kreisstruktur. Dies läßt sich aber dadurch begründen, daß dem Filter jetzt gleichzeitig zwei verschiedene Aufgaben gestellt werden, was das Anforderungsniveau erhöht.

Die Betrachtung der Simulation wird durch einen weiteren Schätzfehler ergänzt, nämlich das durch  $W_{f1}$  beeinflusste Beobachterresiduum  $y - \hat{y}$ . Bild 4.20 zeigt das Residuum dieser Schätzung bei konstanter Gewichtung  $W_{f2}$ . An dieser Stelle sei bemerkt, daß, entsprechend den Erwartungen, die Gewichtung  $W_{f2}$  einen deutlich geringeren Einfluß auf den Schätzfehler  $y - \hat{y}$  aufweist, weshalb auf eine Darstellung hier verzichtet wurde. Der Einfluß der Gewichtung  $W_{f1}$  läßt sich deutlich erkennen, weil mit steigender Anforderung der Schätzfehler stark reduziert wird (vgl. Bild 4.20). Die Gewichtungen  $w_{11}$  und  $w_{13}$  wurden wegen der besseren Übersichtlichkeit weggelassen, wobei die erste ein fast identisches, die zweite ein sehr ähnliches Verhalten zu  $w_{10}$  bzw.  $w_{12}$  aufweist. Diese Beobachtung läßt sich gut durch die Betrachtung des Bildes 4.3 bei  $\omega = 20 \cdot 2 \cdot \pi \simeq 125 \text{ rad/s}$  erklären. In diesem Frequenzbereich liegen  $w_{10}$  und  $w_{12}$ , sowie  $w_{11}$  und  $w_{13}$  aufeinander.  $w_{14}$  hingegen wurde lediglich zur besseren Lesbarkeit des Bildes weggelassen.

Die Verbesserung der Schätzung in Abhängigkeit der Gewichtung ist nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ konform zu den Erwartungen. Bei  $\omega = 125 \text{ rad/s}$  wird für  $W_{f1} = w_{10..13}$  ein Fehler bis zu 100 % zugelassen, für  $W_{f1} = w_{14}$  ca. 12.6% und  $W_{f1} = w_{15}$  ca. 1.6%. Die Tabelle 4.1 faßt die Berechnung der maximalen Fehler in der betrachteten Simulation zusammen. Zum einen entsprechen die Ergebnisse den Anforderungen, sowie, was die Zuordnung über  $W_{f1}$  anbelangt, dem optischen Eindruck, den Bild 4.20 läßt. Die eher qualitative Aussage einer exemplarischen Simulation wird zudem dadurch unterstrichen, daß nur in einem Fall ( $W_{f1} = w_{14}$ ,  $W_{f2} = w_{15}$ ) die durch  $\mu > 1$  vorhersehbare Überschreitung der Forderung stattfindet. Schließlich zeugt die Tabelle auch vom geringen Einfluß der Anforderung  $W_{f2}$  auf die Schätzung des Hubes.

Nächster Gesichtspunkt ist der Schätzfehler der elastischen Rückstellkraft. Bild 4.21 links zeigt diesen Schätzfehler für  $W_{f2} = w_{11}$ . Das Ergebnis ist aus zwei Gründen bemerkenswert. Zum einen ist die Abweichung über die gesamte Simulation trotz der Rückführung groß (bis ca. 20 % der Gesamtamplitude) und vom eingprägten Fehler spürbar abhängig. Eine Verbesserung im Vergleich zur *feed-forward*-Struktur kann entgegen der Erwartung nicht festgestellt werden. Zum anderen ist der Einfluß der Gewichtung gering und eine nähere Betrachtung zeigt sogar, daß der Fehler,



Abbildung 4.20: Schätzfehler für den Hub, Vergleich über  $W_{f1}$ 

	$W_{f1} = w_{10}$	$W_{f1} = w_{12}$	$W_{f1} = w_{14}$	$W_{f1} = w_{15}$
$W_{f2} = w_{10}$	81.7	58.1	7.13	1.18
$W_{f2} = w_{11}$	82.1	58.1	7.13	1.18
$W_{f2} = w_{12}$	81.8	58.1	7.11	1.17
$W_{f2} = w_{13}$	81.9	58.1	7.12	1.18
$W_{f2} = w_{14}$	76.8	56.6	6.53	1.12
$W_{f2} = w_{15}$	75.9	69.6	14.5	1.17

Tabelle 4.1: Maximaler Fehler in % des Hubes

entgegen der Erwartung, mit steigender Anforderung größer wird. Dies deutet Bild 4.21, rechts, am Vergleich zwischen  $W_{f2} = w_{11}$  und  $W_{f2} = w_{15}$  an. Weiterhin ist keine Beeinflussung der Genauigkeit mit der Anforderung erzielt worden. Den Gründen für dieses Verhalten der Entwurfsmethode wird am Ende dieses Kapitels nachgegangen.

Der große Schätzfehler verhindert eine leistungsfähige Fehlererkennung, wie Bild 4.22 es zeigt. Während der ersten 0.1 s ist der Fehler identisch zum vorherigen Schätzfehler, weil die theoretische Steifigkeitskraft mit der realen übereinstimmt. Erst bei einem Fehler von ca. 20 % wird mit der vorgeschlagenen Fehlerschwelle eine Aussage möglich. Eine zutreffende Schätzung der Fehler wird nur zeitweise bei

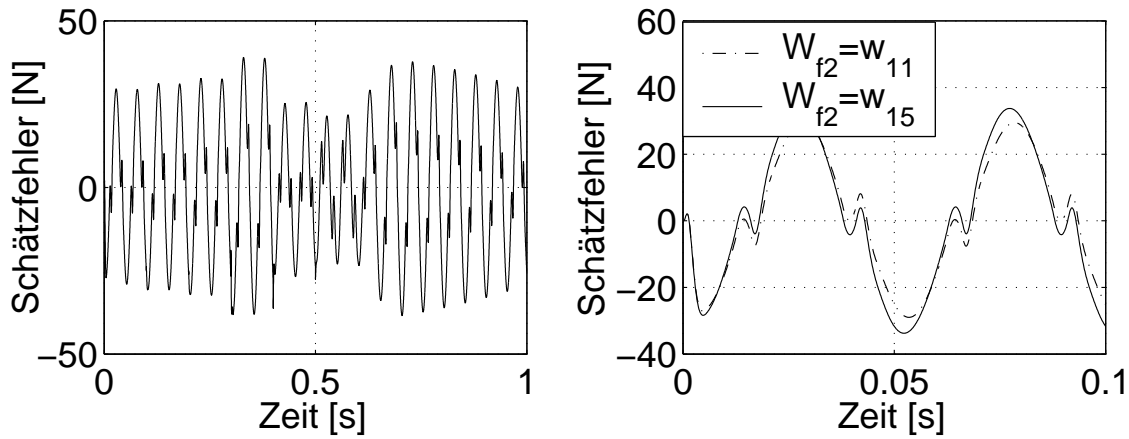


Abbildung 4.21: Schätzfehler für die elastische Rückstellkraft, Vergleich über  $W_{f2}$

einem eingprägtem Fehler von  $\pm 20\%$  erreicht. Zudem ist eine deutliche Phasenverschiebung in Verbindung mit dem Vorzeichen des Fehlers zu verzeichnen. Mit abnehmender Steifigkeit, also mit abnehmender Eigendynamik, kommt die reale Kraft später als die der Schätzung. Die Beobachtung läßt sich umkehren und ist auch zum Beispiel in Bild 4.13 bemerkbar. Dies deutet darauf hin, daß, genauso wie bei einer offenen Struktur, der Mangel der Methode und deren Darstellungsmöglichkeiten im festen nominalen Modell mit fester Eigendynamik liegt. Es gelingt keine zum Erweiterten Kalman Filter ähnliche Anpassung des Modells, weil die Korrekturterme strukturell additiv bleiben.

Die grundlegende Betrachtung der neuen Struktur ergibt insgesamt zwiespältige Ergebnisse. Einerseits ist das Filter sehr gut in der Lage, dem Meßwert  $y$  mit seinem Schätzwert  $\hat{y}$  zu folgen. Sicher ist es auch positiv zu bezeichnen, daß die erwartete Genauigkeitsvorgabe in diesem Fall eingehalten wird. Für den Entwurf eines Zustandsbeobachters ist also die Methode gut geeignet (vgl. auch APPLEYBY [App91]). In Bezug auf die Schätzung des internen Zustandes „elastische Rückstellkraft“, wofür keine Messung vorliegt, wird aber keine Änderung festgestellt. Zudem wird keine Verbesserung in Bezug auf die Beeinflussung der Schätzgenauigkeit erzielt, weil keine Unterschiede zwischen den Entwürfen mit verschiedenen Gewichtungen beobachtet werden können. Dies ist sicherlich die Folge der offenen Struktur für den Fehlerpfad.

### Prozeß mit zwei parametrischen Unsicherheiten

Bild 4.23 zeigt in Abhängigkeit der beiden Gewichungen  $W_{f1}$  und  $W_{f2}$  die neue Entwicklung des maximalen  $\mu$ -Wertes. Das Ergebnis ist sehr ähnlich zu Bild 4.19. Am gleichen Profil der Fläche erkennt man für  $W_{f1}$  und  $W_{f2}$  den gleichen Einfluß wie im vorherigen Fall. Die Steigerung in der Schwierigkeit der Aufgabe, die die zweite Unsicherheit bedeutet, kann darin festgestellt werden, daß die maximalen Werte sich ungefähr verdoppelt haben. Zudem ist schon mit  $W_{f2} = w_{14}$  eine deutliche Anhebung oberhalb der Grenze  $\mu = 1$  zu sehen.

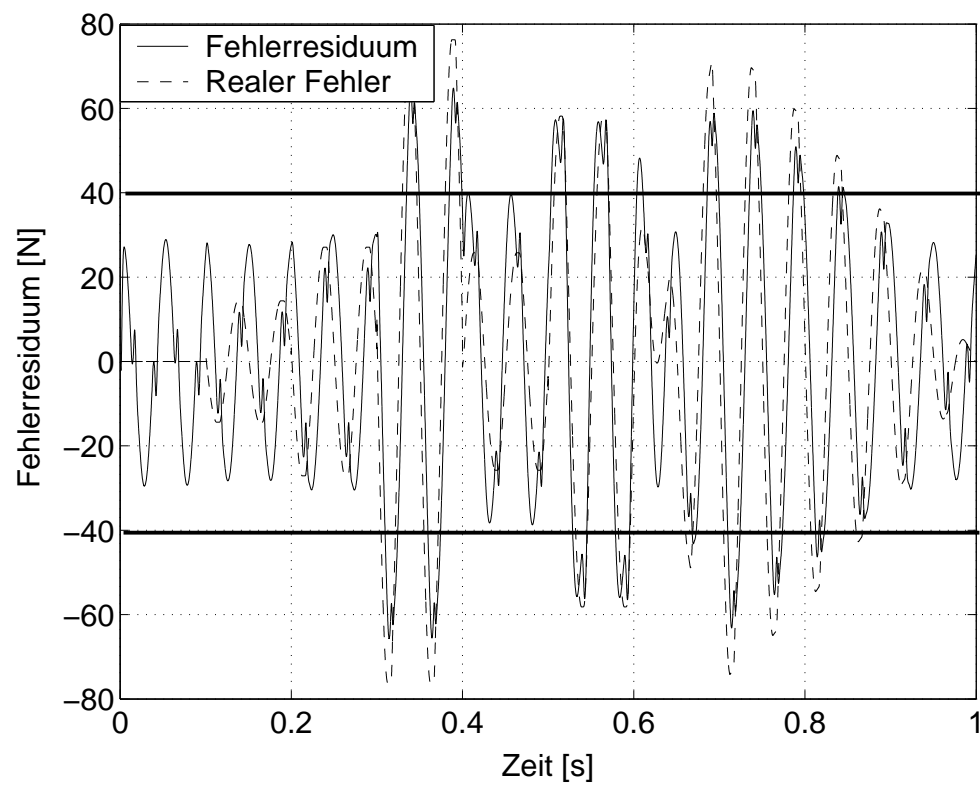
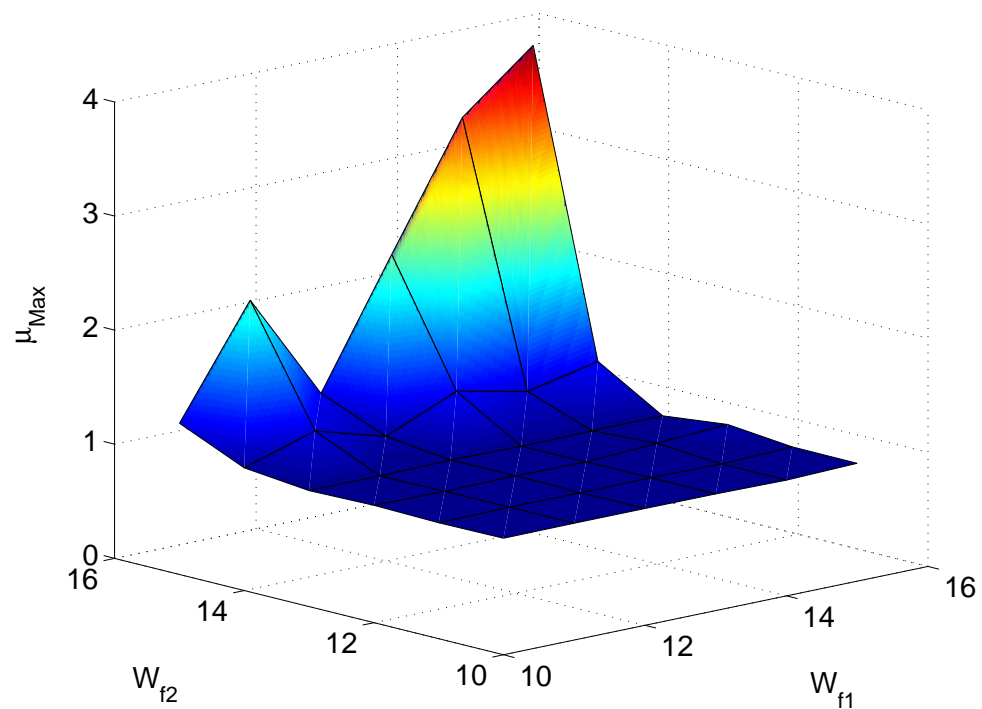


Abbildung 4.22: Fehlerresiduum und Referenz

Abbildung 4.23: Einfluß der Gewichtung auf den maximalen  $\mu$ -Wert

Zur weiteren Beurteilung werden die Ergebnisse der Simulation herangezogen. An dieser Stelle soll vermerkt werden, daß die Lage des schnellsten Pols der Filtermatrix

$K$  teilweise außerhalb  $s = -10^8$  liegt. Für solche Filter steigen die Rechenzeiten steil an, weil die Integrationsschrittweite kleiner als  $5 \cdot 10^{-9} s$  gewählt werden muß. Deshalb wurde für die Fälle  $W_{f1} = w_{10}$  und  $W_{f1} = w_{12}$  auf eine Simulation verzichtet.

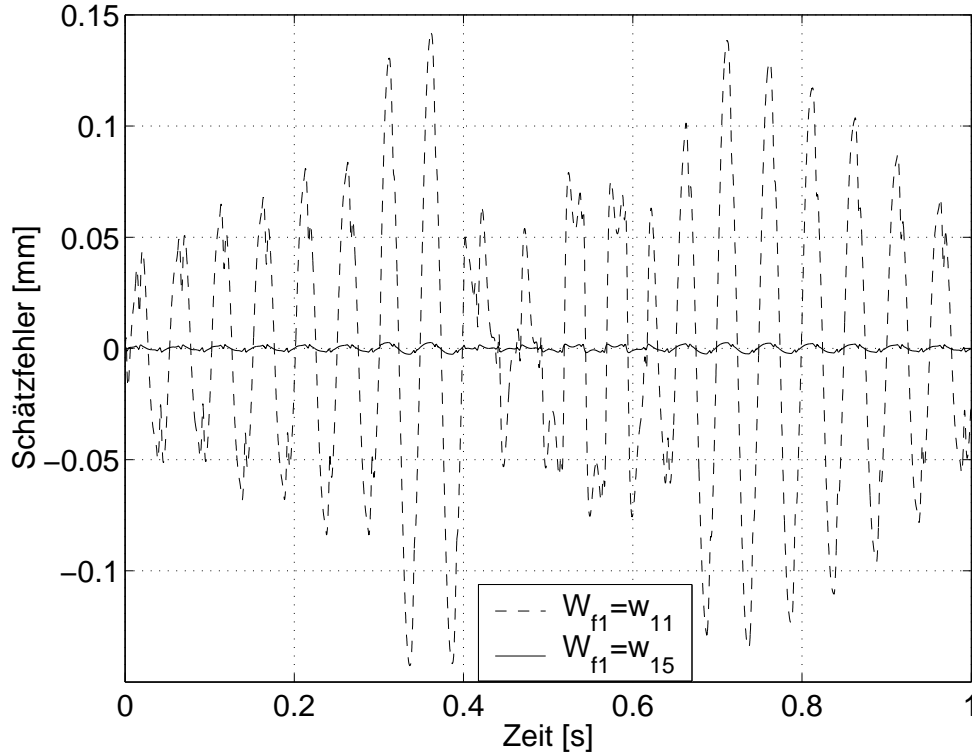
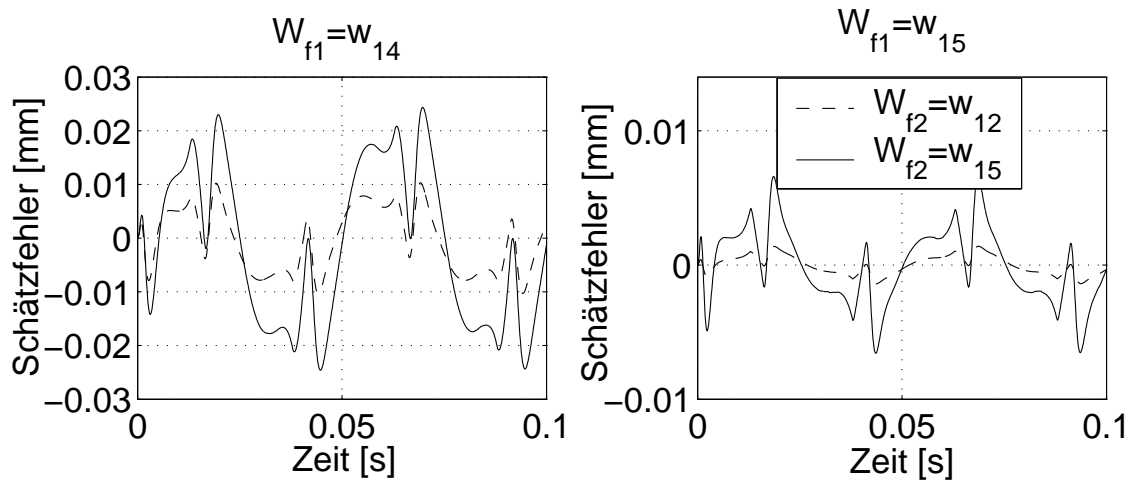


Abbildung 4.24: Schätzfehler über den Hub, Vergleich über  $W_{f1}$

Bild 4.24 zeigt den Schätzfehler für den Hub in Abhängigkeit von der Gewichtung  $W_{f1}$  bei konstanter Gewichtung  $W_{f2}$ . Die Gewichtungen  $W_{f1} = w_{11}$  und  $W_{f1} = w_{15}$  wurden exemplarisch ausgewählt, wobei eine kontinuierliche Verbesserung der Genauigkeit entsprechend der Erwartung mit den weiteren Gewichtungen beobachtet wurde. Die Beobachtung bestätigt wieder die Vorteile durch die Einführung der Rückführung. Die Anhebung der Anforderung verursacht tatsächlich eine Verbesserung der Schätzung in der gleichen Größenordnung wie mit einer einzigen parametrischen Unsicherheit. Das Verhalten wiederholt sich unabhängig von der Gewichtung  $W_{f2}$ . Jedoch hat diese einen Einfluß auf die Schätzung, der für die einfache Unsicherheitsbeschreibung nur geringfügig festgestellt wurde. Mit der Einführung einer zusätzlichen Unsicherheit ist nun dieser Einfluß deutlicher geworden, so daß er erörtert werden muß.

Bild 4.25 zeigt bei konstanter Gewichtung  $W_{f1}$  die Entwicklung der Schätzfehler  $y - \hat{y}$  im fehlerfreien Fall in Abhängigkeit von der Gewichtung  $W_{f2}$ . Für niedrige Gewichtungen  $W_{f2}$  bis  $w_{14}$  ändert sich der Schätzfehler in Abhängigkeit von  $W_{f2}$  kaum. Exemplarisch stellt Bild 4.25 den Fall  $W_{f2} = w_{12}$  (gestrichelte Linie) dar. Für die Gewichtung  $W_{f2} = w_{15}$  (durchgezogene Kurve) ist die Schätzung wesentlich

Abbildung 4.25: Schätzfehler über den Hub, Vergleich über  $W_{f2}$ 

schlechter. Die Verschlechterung, bezogen auf den Schätzfehler für  $W_{f2} = w_{12}$ , wird um so deutlicher mit steigendem Anspruch durch  $W_{f1}$ . Dies zeigt der Vergleich im Bild 4.25 zwischen linker und rechter Abbildung. Diese Beobachtung deutet auf die Verkopplung der beiden Optimierungsaufgaben hin, insofern als  $W_{f2}$  offensichtlich die Genauigkeit der durch  $W_{f1}$  beeinflussten Schätzung belastet. Sie zeigen zudem, wie die  $\mu$ -Felder (Bilder 4.19 und 4.23) dies schon andeuten, daß die Gewichtung  $W_{f2} = w_{15}$  deutlich über die Anforderungsgrenze hinausgeht. Versuche einer weiteren Anhebung der Eckfrequenz für  $W_{f2}$  bestärken die Beobachtung, insofern als die maximalen  $\mu$ -Werte exponential ansteigen und der Schätzfehler  $y - \hat{y}$  unabhängig von  $W_{f1}$  größer wird.

Bild 4.26 zeigt den Schätzfehler der elastischen Rückstellkraft exemplarisch für  $W_{f2} = w_{12}$ . Hier ist auch im globalen Verhalten keine merkbare Verbesserung im Vergleich zum letzten Abschnitt zu verzeichnen (vgl. Bild 4.21). Vor allem bleibt die Größenordnung der Fehler gleich. Ähnlich zum Vergleich über  $W_{f2}$  im Bild 4.21 rechts konnte für diese Gewichtung ebenfalls ein sehr geringer Einfluß auf den Schätzfehler nachgewiesen werden.

Interessant ist auch eine Beurteilung der Auswirkung der Unsicherheitsstruktur auf die beiden Schätzfehler. Hierzu liefert Bild 4.27 den direkten Vergleich mit der Struktur mit einer parametrischen Unsicherheit am Beispiel des Gewichtungssatzes ( $W_{f1} = w_{15}$ ,  $W_{f2} = w_{15}$ ). Es zeigt den Schätzfehler der elastischen Rückstellkraft im fehlerfreien Fall. Diese Simulation zeugt von einem nahezu identischen Verhalten.

Hingegen ist die Änderung der Übertragungsfunktion stark vom Filter abhängig. Das zeigt Bild 4.28, links für den ersten Filterausgang, die Stellgröße  $u$ , sowie rechts für den zweiten Ausgang, die Schätzung der Kraft  $\hat{f}_c$ . In den beiden Fällen wird die Verstärkung fast über das gesamte Frequenzspektrum herabgesetzt, wodurch die zusätzliche Unsicherheit berücksichtigt wird. Der Vergleich beider Bilder deutet auf

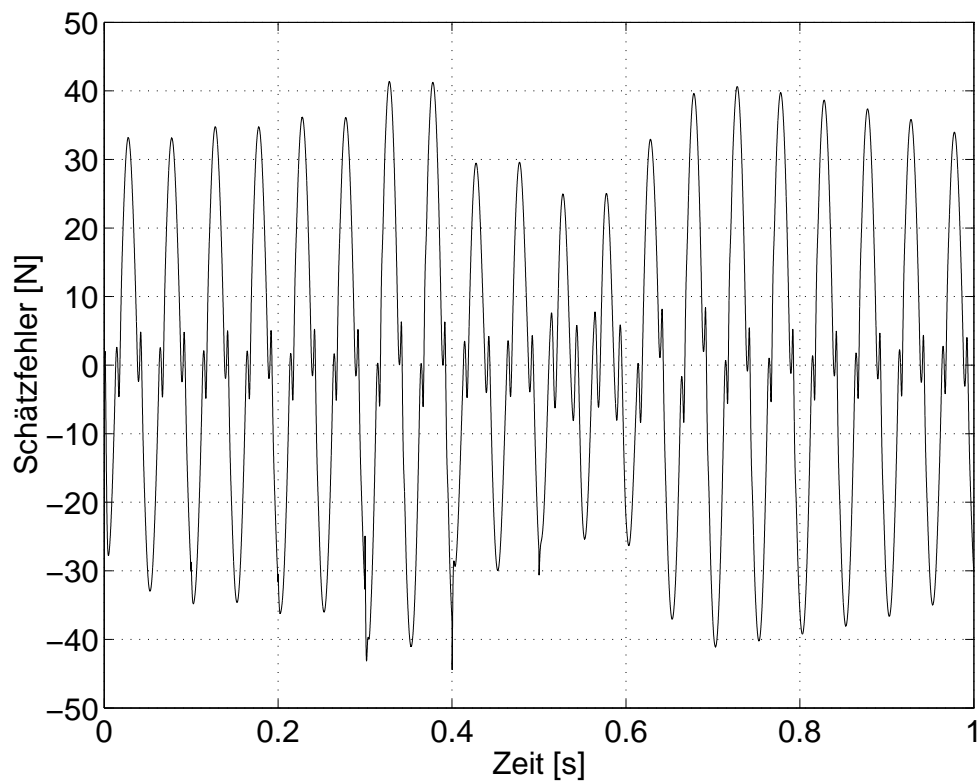


Abbildung 4.26: Schätzfehler für die elastische Rückstellkraft

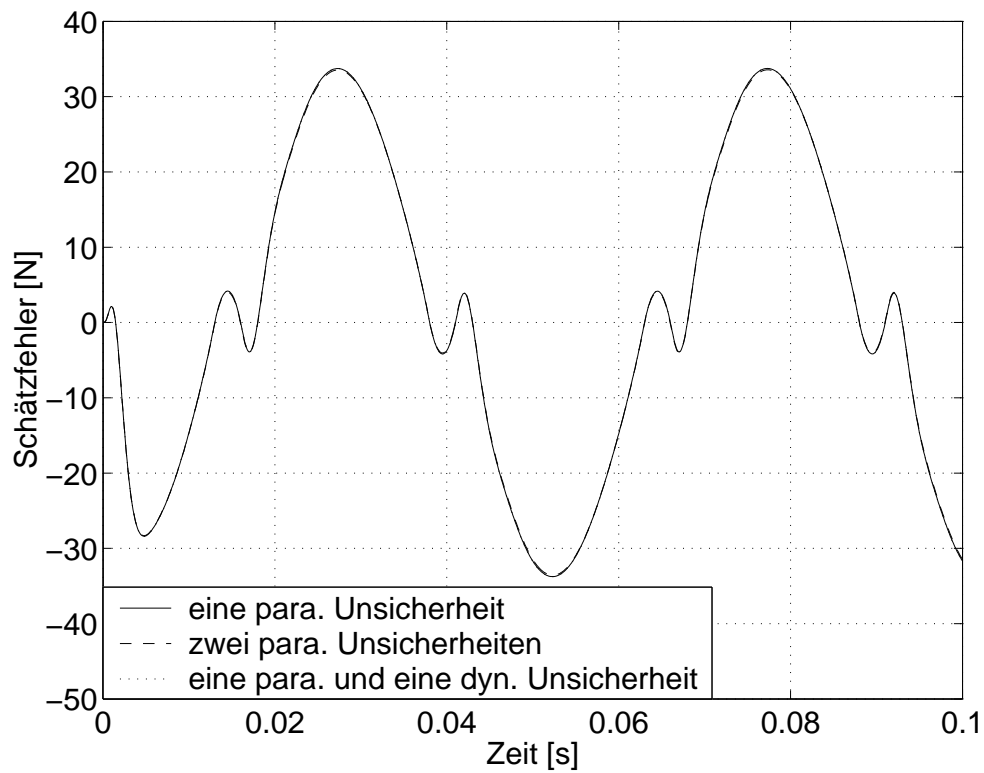


Abbildung 4.27: Schätzfehler für die elastische Rückstellkraft, Vergleich über das Unsicherheitsmodell

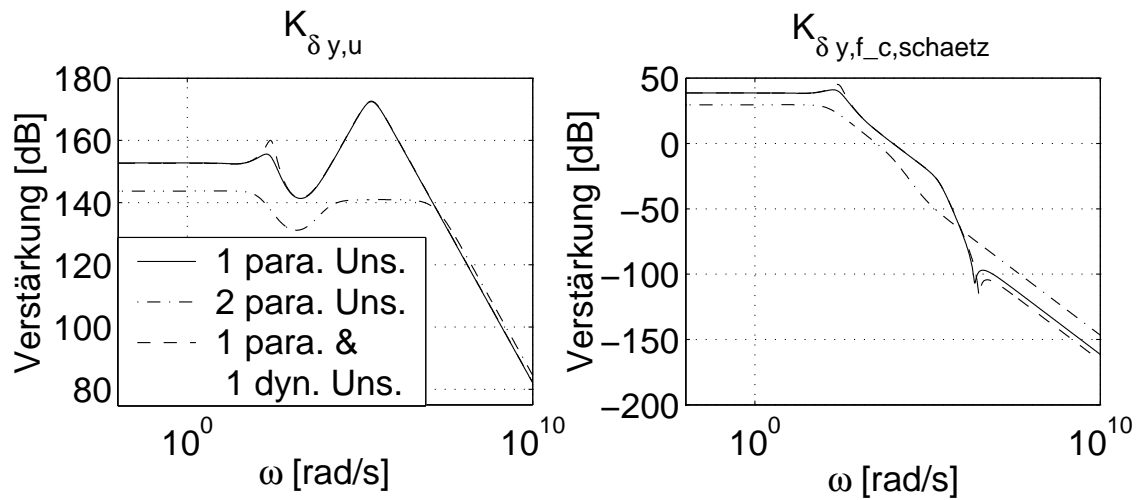


Abbildung 4.28: Amplitudengänge des Filters

eine gekoppelte Entwicklung hin, die die Einbindung der Schätzung der elastischen Rückstellkraft im geschlossenen Kreis verursacht. Diese Schätzung ist durch die Schätzabweichung  $y - \hat{y}$  beeinflusst und die Optimierung der Kraftermittlung kann demzufolge nicht von der Minimierung von  $y - \hat{y}$  bzw. von der Schätzung des Hubes  $\hat{y}$  entkoppelt laufen.

Jedoch wirkt sich die Dämpfung der Übertragungsfunktionen unterschiedlich aus. Für den Hub hat die niedrigere Verstärkung in einem geschlossenen Kreis zur Folge, daß die Genauigkeit verschlechtert wird. Bild 4.29, mit dem Vergleich bei gleicher Gewichtung ( $W_{f1} = w_{15}$ ,  $W_{f2} = w_{15}$ ), beweist deutlich diese Aussage. Zur besseren Lesbarkeit wurde der Schätzfehler der gemischten Unsicherheitsbeschreibung, der nahezu deckungsgleich mit der einfachen parametrischen Unsicherheit (durchgezogene Linie) ist, auf diesem Bild nicht dargestellt. Zwischen den maximalen Fehlern kann ein Faktor 4 bis 5 abgelesen werden, der sehr gut mit dem Verstärkungsunterschied von ca. 10 dB im Bild 4.28, links übereinstimmt. Im Gegenzug hat die Änderung in der Übertragungsfunktion vom Bild 4.28, rechts einen zu geringen Einfluß, um den Schätzfehler  $f_{c,Fehl}$  begrenzen zu können. Die Änderung im niederfrequenten Bereich beträgt ebenfalls ca. 10 dB. Dennoch wird eine vernachlässigbare Änderung im Bild 4.27 beobachtet. Zudem bewirkt die kleinere Verstärkung einen geringfügig kleineren Fehler, was ein Verhalten wie beim offenen Kreis zeigt.

### Prozeß mit einer dynamischen Unsicherheit über die Dämpfung

Ein vergleichbares Ergebnis wird mit einer gemischten Unsicherheitsbeschreibung erreicht. Bild 4.30 zeigt die maximalen  $\mu$ -Werte. Diese sind größenordnungsmäßig wie beim ersten Entwurf mit einer einzigen parametrischen Unsicherheit (vgl. Bild 4.19). Die unabhängige Darstellung der Dämpfungsunsicherheit ermöglicht eine Vereinfachung der Aufgabe im Vergleich zur doppelt parametrischen Unsicherheit. Jedoch

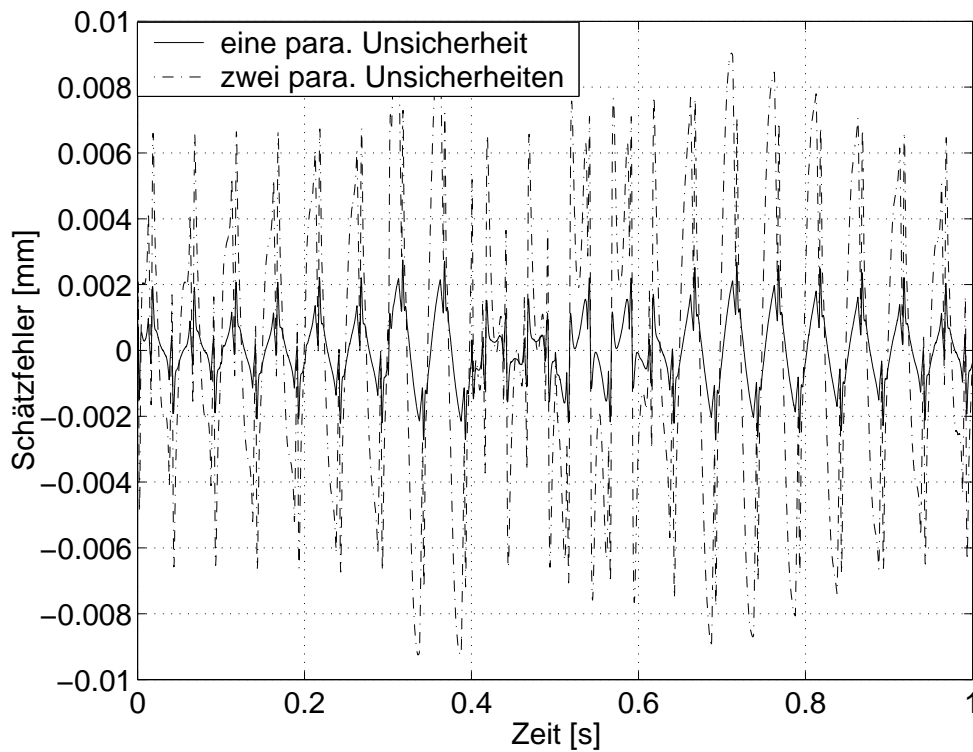


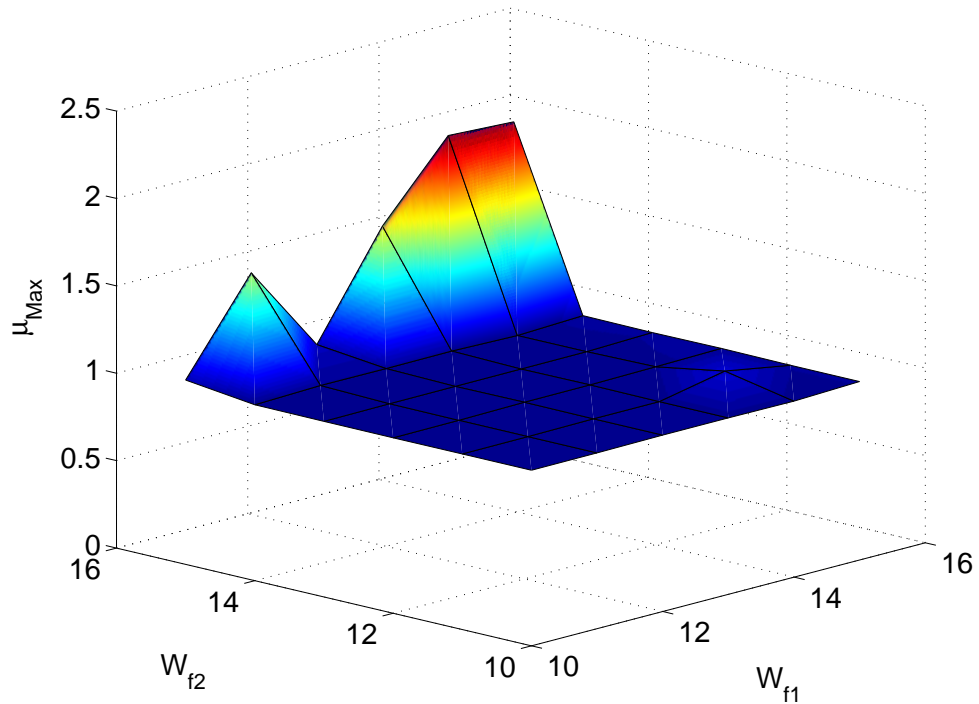
Abbildung 4.29: Schätzfehler für den Hub, Vergleich über das Unsicherheitsmodell

spielen jetzt mehr Aspekte eine Rolle, da der Verlauf zusätzliche Unregelmäßigkeiten bekommt. Insbesondere ist eine Anhebung für  $W_{f1} = w_{14}$  und  $W_{f2} = w_{11}$  in der Darstellung sichtbar.

Die Schätzung des gemessenen Hubes, die einem Regelkreis entspricht, wird durch die Anforderung  $W_{f1}$  beeinflusst, und der Schätzfehler nimmt einen dieser Gewichtung entsprechenden Wert an. Zum Vergleich zeigt Bild 4.29, daß bei gleichen Anforderungen ein gleicher Schätzfehler des Hubes wie mit einer einzigen parametrischen Unsicherheit erzielt wird. Im Gegensatz dazu ist die Schätzung der elastischen Rückstellkraft nicht ausreichend, um eine sichere Fehlererkennung zu gewährleisten. Im Bild 4.27 ist der Fehler sehr nah am Fall einer einzigen Unsicherheit. Zudem wird keine Änderung der Genauigkeit in den laut der Anforderung  $W_{f2}$  vorgegebenen Maßen festgestellt. Der Grund liegt wieder in der offenen Kreisstruktur für die Schätzung von  $\hat{f}_c$ .

Die Verwandtschaft mit den Filtern, die mit einer parametrischen Unsicherheit entworfen worden sind, läßt sich auch durch eine Betrachtung der Amplitudengänge bestätigen (vgl. Bild 4.28, gestrichelte Kurve). Die gemischte Unsicherheit verursacht im Vergleich zum Fall einer parametrischen Unsicherheit nur eine lokale Änderung um die Frequenz der maximalen Amplitude der Übertragungsfunktion  $W_{dd}(s)$ . Hier spiegelt sich der Effekt der dynamischen Unsicherheit wieder, die nur einen bestimmten Frequenzbereich beeinflusst und somit eine kleinere Herausforderung als die parametrische Unsicherheit darstellt.



Abbildung 4.30: Einfluß der Gewichtung auf den maximalen  $\mu$ -Wert

Jedoch bringt die gemischte Darstellungsform der Unsicherheit keine weitere Möglichkeit, die Abweichungsursachen voneinander zu trennen. Hierzu sind aus den verschiedenen Betrachtungen Ursachen genannt worden, die es jetzt zu prüfen gilt.

### Abschließende Diskussion

Um diese Beobachtungen theoretisch zu fundieren, führen wir die für den Entwurf relevanten Übertragungsfunktionen ein. Die Übertragungsfunktionen des Filters seien in Anlehnung an die Ein- und Ausgänge  $K_{\delta y u}$  und  $K_{\delta y \hat{f}}$  genannt. Für das Streckenmodell des Beobachters gilt analog für den Hub  $G_{u \hat{y}}$  und für das fehlerrepräsentierende Signal  $G_{u W_c} = (1 + \delta_c W_c) \cdot G_{u \hat{y}}$ . Der Einfluß der Motorkraft  $F_{emag}$  (vgl. Bild 4.18) wird für diese Analyse nicht berücksichtigt. Aus regelungstechnischer Sicht wirkt sie sich wie eine Störung am Eingang der Strecke aus, deren Auswirkung durch  $K_{\delta y u}$  schon vermindert wird.

Die Übertragung von  $y$  zu  $\delta y = y - \hat{y}$  lautet:

$$(4.6) \quad H_{y \delta y} = \frac{1}{1 + K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}}$$

und die Übertragung von  $y$  zu  $\hat{f}_c$ :

$$(4.7) \quad \begin{aligned} H_{y \hat{f}} \cdot y &= K_{\delta y \hat{f}} \cdot (y - \hat{y}) \\ H_{y \hat{f}} &= K_{\delta y \hat{f}} \cdot H_{y \delta y} \end{aligned}$$

Gleichung 4.7 zeigt, welche Abhängigkeit zwischen  $H_{y \delta y}$  und  $H_{y \hat{f}}$  existiert. Dies

verdeutlicht die Verkopplung zwischen beiden Optimierungsaufgaben, der Berechnung des Schätzwertes  $\hat{f}_c$  und der Minimierung des Beobachterresiduums  $\delta y$ . Beide wurden für eine genauere Schätzung der Kraft  $f_c$  eingeführt. Die Formulierung der Optimierungsaufgabe mit Hilfe der eingeführten Übertragungsfunktionen beleuchtet den vom offenen Kreis verbliebenen Mangel in der Struktur. Betrachtet man in Anlehnung an Bild 4.18 die Fehlerfunktionen  $e_1$  und  $e_2$ , dann gilt für die Übertragungsfunktion von  $y$  zu den Ausgängen des erweiterten Entwurfsprozesses :

$$(4.8) \quad G_{ye_1} = H_{y\delta y} \cdot W_{f1}$$

woraus für die erste Optimierungsbedingung folgt:

$$(4.9) \quad |G_{ye_1}| = |H_{y\delta y} \cdot W_{f1}| < 1$$

$$(4.10) \quad |H_{y\delta y}| < \frac{1}{|W_{f1}|}$$

Gleichung 4.10 zeigt die direkte Auswirkung der Gewichtung  $W_{f1}$  auf die Genauigkeit der Hubschätzung. Insbesondere bedeuten große Werte für  $W_{f1}$  umgekehrt kleine Werte für die Übertragungsfunktion von  $y$  zu  $y - \hat{y}$ , also hohe Genauigkeit für die Schätzung von  $\hat{y}$ .

Für die Schätzung der Kraft soll folgende Übertragungsfunktion betrachtet werden:

$$(4.11) \quad \begin{aligned} G_{ye_2} \cdot y &= W_{f2} \cdot ((1 + \delta_c W_c) \hat{y} - \hat{f}_c) \Rightarrow \\ G_{ye_2} &= W_{f2} \cdot \left( \frac{(1 + \delta_c W_c) K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}}{1 + K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}} - \frac{K_{\delta y f}}{1 + K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}} \right) \end{aligned}$$

woraus für die zweite Optimierungsaufgabe folgt:

$$(4.12) \quad |G_{ye_2}| = \left| \left( \frac{(1 + \delta_c W_c) K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}}{1 + K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}} - \frac{K_{\delta y f}}{1 + K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}} \right) \cdot W_{f2} \right| < 1 \Rightarrow$$

$$(4.13) \quad \left| \frac{(1 + \delta_c W_c) K_{\delta y u} G_{u \hat{y}} - K_{\delta y f}}{1 + K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}} \right| < \frac{1}{|W_{f2}|}$$

Zum einen zeigt Gl. 4.11, daß der Schätzfehler sowohl von  $K_{\delta y f}$ , als auch von  $K_{\delta y u}$  abhängt. Zum anderen wirkt die Gewichtung  $W_{f2}$  jetzt auf eine Differenz, genauso wie bei der Optimierung im offenen Kreis. Die gleiche Argumentation erklärt, weshalb diese Gewichtung nur einen geringen Einfluß auf den Schätzfehler aufweist (vgl. Bild 4.26).

Hier kann man noch weiter gehen. Im niederfrequenten Bereich, wo  $W_{f1}$  typischerweise hohe Werte annimmt, impliziert Gl. 4.10, daß  $K_{\delta y u} G_{u \hat{y}}$  sehr groß ist. Demzufolge bedeutet Gl. 4.13, daß  $K_{\delta y f} \simeq (1 + \delta_c W_c) \cdot K_{\delta y u} G_{u \hat{y}} \simeq (1 + \delta_c W_c) \cdot W_{f1}$ . In Worten: im unteren Frequenzbereich ergibt  $W_{f1}$ , korrigiert mit  $\pm \delta_c W_c$ , der parametrischen Unsicherheit, die Übertragungsfunktion des Filters zwischen  $y - \hat{y}$  und  $\hat{f}_c$ .

Die Bildung einer Differenz erklärt auch den gleichartigen Verlauf der beiden Übertragungsfunktionen des Filters, die Bild 4.28 zeigt. Anders ausgedrückt, diktiert die Übertragungsfunktion  $K_{\delta y u}$  den Verlauf der Übertragungsfunktion  $K_{\delta y \hat{f}}$ , so lange  $W_{f2}$  eine große Verstärkung darstellt, daß heißt so lange eine große Genauigkeit verlangt wird. Eine parametrische Dämpfungsunsicherheit wird primär dadurch berücksichtigt, daß der obere Frequenzbereich geringer verstärkt wird. Im gleichen Maß wird die Übertragungsfunktion  $K_{\delta y \hat{f}}$  unterdrückt, so daß die Differenz  $K_{\delta y u} G_{u \hat{y}} - K_{\delta y \hat{f}}$  in etwa gleich bleibt. Diese Anpassung kann aber nur approximativ sein, weil zwei Zahlen, die ungefähr gleich 1 sind, voneinander abgezogen werden, wobei die Genauigkeitsanforderung  $W_{f2}$  einen Abstand von nur 0.1 oder sogar 0.01 fordert.

Aus dieser Analyse können folgende Schlüsse gezogen werden:

- Es gelingt nicht, durch die Kreisschließung über die Messung eine bessere Schätzung der unmodellierten Kräfte zu erlangen. Die Schätzung der Messgrößen wird allerdings effizient gewährleistet und es können Robustheitsanforderungen erfüllt werden.
- Die Formulierung der Optimierungsaufgabe für die Fehlererkennung bereitet Probleme. Die Struktur eines offenen Kreises kann nicht vermieden werden. Daraus folgt die Gewichtung einer Differenz, was ein schlecht lösbares Problem darstellt.
- Zur Fehlererkennung fehlt in der betrachteten Struktur die Abbildung der Fehlerursache. Die Betrachtung der Übertragungsfunktion des Beobachters läßt nicht einfach auf ihre eigene Veränderung schließen. Vielmehr wird jede Anregung, also hier jede Abweichung von der Schätzung des Hubes unabhängig von ihrer Ursache, am Ausgang mit einer vom Modell bestimmten Verstärkung übertragen.

#### 4.3.2 Beobachter zur Fehlerdetektion

Nachdem eine reine Filterstruktur ohne Rückführung betrachtet worden ist, wurde diese mit einem Beobachter kombiniert, um die Fehler in der Schätzung der Zustände zu mindern. Jedoch konnte im vorherigen Abschnitt gezeigt werden, daß der für die Fehlerermittlung beibehaltene offene Kreis keine deutliche Beeinflussung der Schätzfehler ermöglicht. Insbesondere ist das fehlerfreie Verhalten für alle Gewichtungen in etwa gleich und nicht genügend nahe Null, um ein sicheres fehlerrepräsentatives Signal darzustellen.

Diese Schwierigkeit könnte man umgehen, indem man einen sogenannten Detektionsfilter betrachtet. Hierbei wird im folgenden einen Beobachter gemeint, der

explizit für die Detektion eines Fehlers oder einer Gruppe von Fehlern entworfen wird. In der bisherigen Notation bedeutet dies die Suche nach der optimalen Beobachtermatrix  $K$ , so daß der Schätzfehler des Beobachters  $y - \hat{y}$  möglichst gut den internen Fehler abbildet. Zuzüglich wird zwischen dem Modell der Strecke, das die Unsicherheiten beinhaltet, und dem Modell des Beobachters, das dem nominalen Modell entspricht, im Entwurf explizit unterschieden. Diese Ergänzung ist realitätsnah, weil wie im vorherigen Abschnitt eine Beobachterstruktur mit einem linearen Modell für die Residuenermittlung vorliegt.

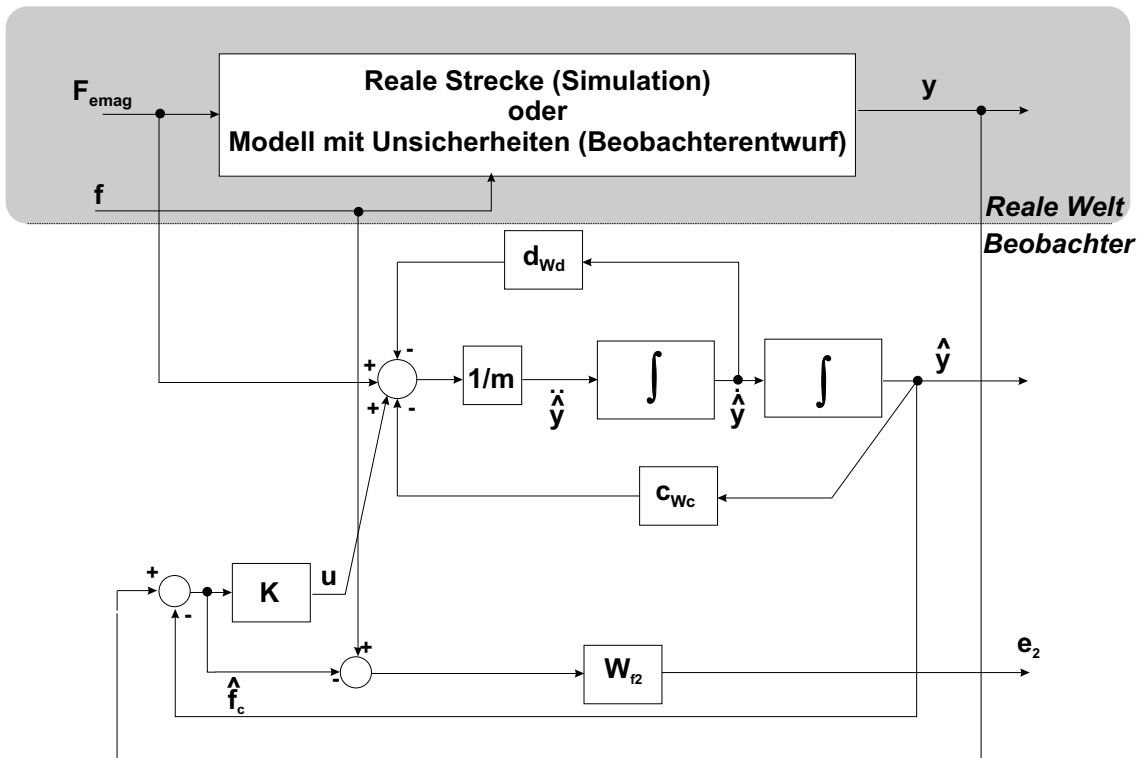


Abbildung 4.31: Beobachter für die Fehlerdetektion

Bild 4.31 faßt die neue Situation zusammen. Zur Verdeutlichung des neuen Ansatzes für den Beobachterentwurf wurde absichtlich die Gewichtung  $W_{f2}$  übernommen, die im letzten Abschnitt die Fehlererkennung beeinflusste.

Die Fehlerdarstellung mit Hilfe der Unsicherheit erzwingt bei dieser Kreisstruktur ein bemerkenswertes Ergebnis: es wird unabhängig von der Gewichtung ein konstanter  $\mu$ -Wert von 0.94 erreicht.

Die Rückführung und die explizite Modellierung der Strecke im Entwurf geben dem Algorithmus genug Informationen, um das Signal am Ausgang der Unsicherheit  $W_c$  (siehe Bild 4.18) exakt zu ermitteln. Demzufolge ist die Gewichtung  $W_{f2}$  belanglos, weil sie keine zusätzliche Anforderung darstellt. Der  $\mu$ -Wert ist durch das modellierte Signal- und Systemrauschen begrenzt und die Optimierung erfolgt nur nach den weiteren Gewichtungen über die freien Eingänge, die zur Lösbarkeit der Aufgabe

eingeführt werden. Die Tatsache, daß die Optimierung nach dem aus dem  $\delta_c$ -Block stammenden Signal genau die gleiche Ergebnisse liefert und daß die Optimierung stets nach der ersten Iteration abgeschlossen ist, erhärtet den Schluß.

Die Modellierung der Strecke im Entwurf verbunden mit der Rückführung zwingt also dazu, den parametrischen Fehler durch einen externen Eingang  $f$  darzustellen. Bild 4.32 zeigt den maximalen  $\mu$ -Wert in dieser Konfiguration und für eine gemischte Unsicherheitsbeschreibung. Mit steigendem Anspruch, insbesondere an das dynamische Verhalten des Beobachters, wird die maximal zulässige Unsicherheit immer kleiner. Diesbezüglich ist das Ergebnis ähnlich zu den bisherigen (vgl. die Bilder 4.8, 4.10, 4.19 und 4.23).

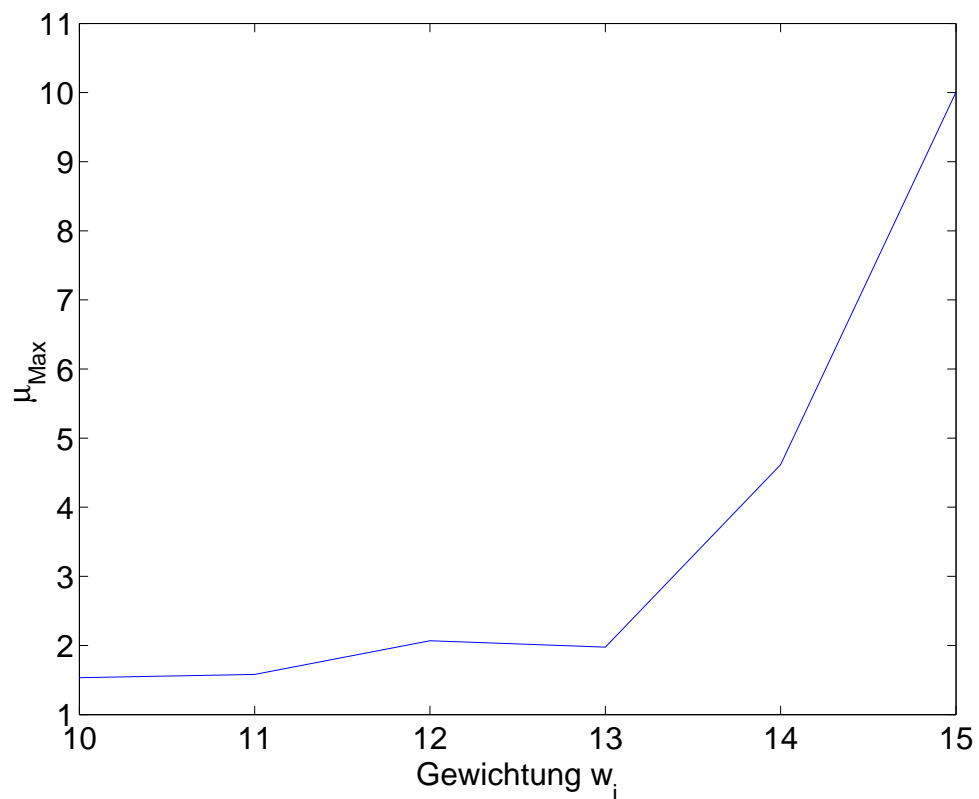


Abbildung 4.32: Maximaler  $\mu$ -Wert für die Schätzung der Fehler über einen freien Eingang, Optimierung nur über  $W_{f2}$

Ähnlich ist aber das Verhalten der Beobachter bezüglich der Fehlerresiduen. Ein deutliches Residuum existiert im fehlerfreien Fall. Dieses ruft wieder eine signal- und arbeitspunktabhängige und im Vergleich zum Fehlerfall erhebliche Fehlerschwelle hervor. Zum anderen wird keine Änderung des Verhältnisses „notwendige Fehlerschwelle zu Residuum“ zwischen den verschiedenen Gewichtungen beobachtet. Davon zeugt Bild 4.33 für drei exemplarische Gewichtungen. Aus Bild 4.33 ist weiterhin zu bemerken, daß die Fehlerresiduen nicht mehr zu einer Kraft, sondern zu einem Hub proportional sind. Sie liefern als tatsächliche Residuen des Beobachters keine Größenordnung für die fehlerhafte Federkraft.

Von robuster Fehlererkennung für parametrische Fehler kann demzufolge nicht gesprochen werden. Zum einen bleibt die Definition der Minimierung fragwürdig, weil keine eindeutige Beziehung zwischen den Merkmalen der Gewichtungen und dem Zeitverhalten erkennbar ist.

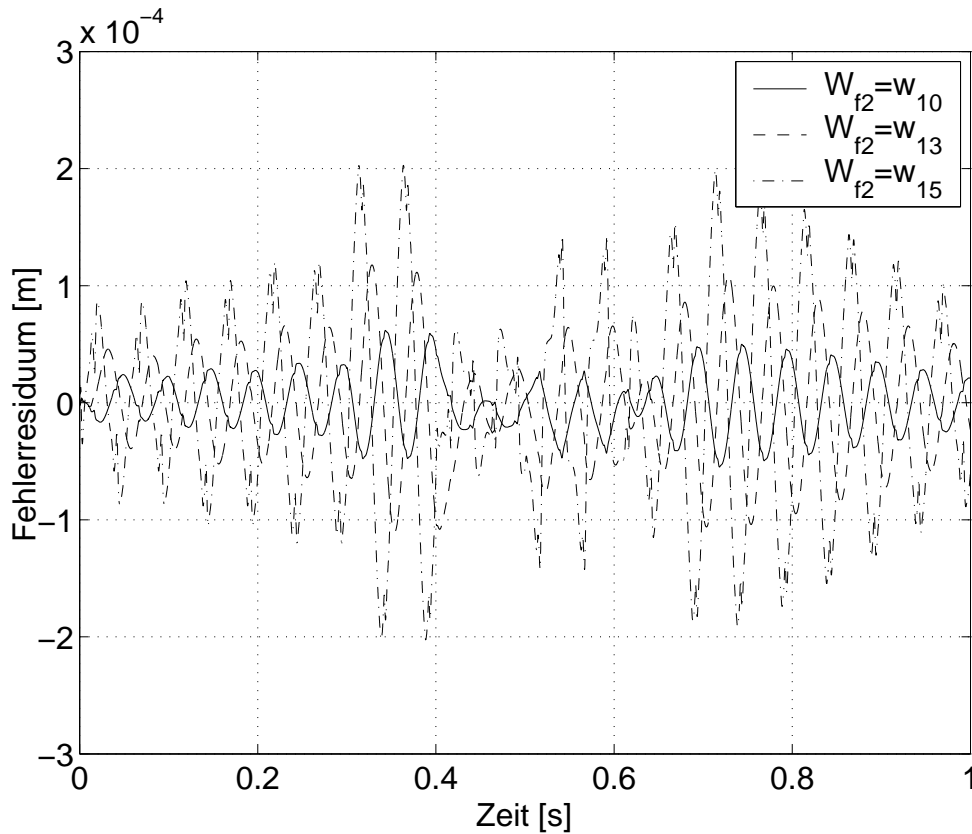


Abbildung 4.33: Fehlerresiduum für drei verschiedene Gewichtungen

Zum anderen bleibt die Unterscheidung zwischen einer effektiven Parameteränderung, die durch den Faktor  $\eta$  dargestellt wurde, und einer aus der Linearisierung stammende Variation, die im fehlerfreien ersten Abschnitt von 0.1 s zu sehen ist, sehr schwierig. Diese wiederkehrende Tatsache liegt letztendlich daran, daß zwei aus dem systemtheoretischen Gesichtspunkt äquivalente Effekte nicht voneinander getrennt werden können. Die Nichtlinearität der Strecke verursacht eine natürliche Bewegung der Moden des linearen Modells mit dem Arbeitspunkt. Die Erkennung interner physikalischer Fehler beruht aber auf der Beobachtung dieser Moden und die Filter und Beobachter werden auf solche Änderungen empfindlich entworfen. Demzufolge können parametrische Fehler nur in zwei Fällen erkannt werden:

- wenn die durch den Fehler verursachte Bewegung des Modes sich deutlich von der durch die Nichtlinearität möglichen Änderung abhebt,
- wenn der beobachtete Parameter mit einem im Modell nur linear auftretenden Zustand verknüpft wird.

Im zweiten Fall können die Effekte nichtlinearer Variationen anderer Zustände gegebenenfalls entkoppelt oder durch Optimierung gemindert werden.

## 4.4 Resümee

In diesem Kapitel wurde untersucht, inwiefern die von APPLEBY [App91] vorgeschlagene Methode zur robusten Zustandsschätzung auf die Erkennung interner Fehler übertragen werden kann. Hierzu wurden empirische Beobachtungen für ein Beispiel herangezogen. Die vorgestellten Ergebnisse, auch wenn sie nicht die Allgemeingültigkeit eines theoretischen Beweises besitzen, zeigen durch eine systematische Entwicklung der Entwurfsstruktur die Eigenschaften des Ansatzes.

Angefangen wurde mit einem offenen Filterkreis. Das Filter bildet hierbei das modellierte System ab und stützt sich auf die Eingangs- und Ausgangsgröße, um die Abweichung zwischen Modell und Realität als Fehler zu interpretieren. Die im Modell abgebildete Struktur soll die Zuweisung der Abweichungen auf die Fehlerursache ermöglichen. Mit der Modellierung der internen Fehler als externes additives Signal konnte die Vorgabe nicht erfüllt werden. Deshalb wurde der interne Fehler im weiteren Verlauf durch den Unsicherheitsfaktor  $\delta_c w_c$  modelliert. Mit dieser einzigen Unsicherheit im Entwurfsmodell wurde zunächst die Tauglichkeit der Idee bewiesen. Die Rolle einer weiteren Unsicherheit wurde sowohl für eine parametrische als auch für eine dynamische Modellierung untersucht. Die Analyse der Filterentwürfe zeigte, daß die Unsicherheitsmodellierung einen starken Einfluß auf die  $\mu$ -Werte und auf die Übertragungsfunktionen ausübt. Die Berücksichtigung der Modellunsicherheiten durch den Algorithmus führt jedoch nicht zu einem Gewinn an Robustheit. Der mit der Unsicherheit eingeführte Freiheitsgrad verursacht teilweise einen Anstieg des Schätzfehlers, weil die Quellen der Abweichung nicht zugeordnet werden können. Außerdem ermöglicht das Verfahren des *loop-shaping* in Verbindung mit einem offenen Kreis keine ausreichende Spezifikation der Filtergüte.

Einer Lösung für diese zwei Einschränkungen wurde im nächsten Schritt nachgegangen, indem der Beobachterkreis geschlossen wurde. Ein zweiter Filterausgang in Form eines Schätzwertes für die Ausgangsgröße  $y$  wurde eingeführt. Mit der gleichen Vorgehensweise wurde die Analyse dieser weiteren Struktur durchgeführt. Zunächst konnte die Anwendbarkeit des Ansatzes bewiesen werden. Insbesondere wurde die Schätzung der Ausgangsgröße erfolgreich eingeführt, insofern als die im offenen Kreis getroffenen Einschränkungen für dieses Ziel nicht gelten. Eine Verkopplung beider Entwurfsziele konnte außerdem nachgewiesen werden. Einen Fortschritt in Bezug auf die Filterung des Fehlers wurde nicht festgestellt. Eine theoretische Betrachtung fundierte die empirischen Ergebnisse. Es wurde insbesondere gezeigt, daß in Bezug auf die Fehlererkennung eine offene Kreisstruktur besteht. Dies motivierte den letzten Schritt dieser Untersuchungen, bei dem die Fehlererkennung direkt aus dem

Residuum eines üblichen Beobachters erfolgte. Die prinzipielle Tauglichkeit dieser Idee wurde gezeigt. Jedoch blieb die zentrale Frage der Unterscheidung zwischen Fehler und Unsicherheit ungelöst.

Daraus kann man schließen, daß der Ansatz für die Berechnung von Fehlerresiduen für parametrische Fehler genutzt werden kann. Zudem liegt die Einschränkung in Bezug auf die Robustheit im Wesen der Anforderung. Eine Methode wie das Erweiterte Kalman Filter (vgl. OEHLER [Oeh01], KRESS [Kre02]), die auf der Parameterschätzung beruht, wird sich ebenfalls gegen die Mehrdeutigkeit einer Parameteränderung oder gegen die gleichzeitige Adaption mehrerer freier Parameter behaupten müssen.



## 5 Entwurf robuster Beobachter für additive Fehler

Nachdem im letzten Kapitel die Anwendbarkeit der im Kapitel 2 vorgestellten robusten Methode auf parametrische Fehler untersucht wurde, beschäftigt sich dieses Kapitel mit den additiven Fehlern der Aktorik und Sensorik. Die Schritte bis hin zum Entwurf eines robusten Beobachters zur Fehlerdetektion werden hierbei am Beispiel des Ventils des elektrohydraulischen Aktuators erläutert. Die Entwurfsmethodik folgt zum einen dem Ansatz der sogenannten Detektionsfilter, insofern als der Beobachter empfindlich auf bestimmte Fehler und nicht im Hinblick auf optimale Zustandsschätzung gestaltet wird. Zum anderen baut sie auf das zur robusten Zustandsschätzung von APPLEBY [App91] vorgeschlagene Vorgehen auf.

In der Literatur finden die Detektionsfilter ihren Einsatz in der robuste Fehlererkennung bei Komponenten (Aktoren, Sensoren). Der klassische Ansatz faßt die Modellunsicherheiten als externe Störungen zusammen. Durch diese Umformung kann eine algebraische Trennung zwischen Fehler und Unsicherheiten erfolgen. Jedoch stellt die exakte Entkopplung im allgemeinen einen zu großen Anspruch dar, so daß eine approximative Entkopplung bevorzugt wird, obwohl die gleichen mathematischen Bedingungen deren Lösbarkeit abgrenzen (vgl. NIEMANN *et al.* [SSSN99]). In dieser Hinsicht kann auch eine Optimierung mit Hilfe der  $\mu$ -Methode und des „Small Gain Theorem“ stattfinden, wobei auf eine Umformulierung der Modellunsicherheiten in externe Störungen verzichtet werden kann.

In APPLEBY [App91] findet die  $\mu$ -Methode ihren Einsatz zum Entwurf robuster Zustandsbeobachter. Zielsetzung ist die Minimierung des Fehlers in der Zustandsschätzung. MANGOUBI [Man99] schlug vor, einen *Generalized Likelihood Ratio Test* (GLRT) für Fehlerhypothesen auf das Beobachterresiduum zu applizieren. In dieser Arbeit wird hingegen das Ziel verfolgt, das Beobachterresiduum direkt als Fehlerresiduum zu nutzen. Hierzu wird das Hauptentwurfskriterium nicht die Minimierung des Schätzfehlers, sondern die Maximierung der Übertragungsfunktion vom Fehler zum Residuum  $T_{fr}$  sein. Es gilt gleichzeitig, das Residuum möglichst unabhängig von den weiteren Einflüssen zu gestalten, was der Minimierung des Schätzfehlers entspricht. Da es sich im Allgemeinen um sich widersprechende Ziele handelt, werden Kompromisse getroffen, die im Entwurf mit Hilfe von Gewichtungsfunktionen berücksichtigt werden.

Ausgehend vom nichtlinearen Modell des Ventils (siehe Kapitel 3) wird zuerst ein nominelles Modell gewonnen, das durch ein Unsicherheitsmodell ergänzt wird. Die somit definierte Modellschar soll das Verhalten der realen, nichtlinearen Strecke abdecken. In diesem Kapitel wird das komplette Ventilmodell inklusive Motor und Signalaufbereitung betrachtet. Motivation hierzu ist die spätere Implementierung

der entworfenen Beobachter am Prüfstand, für die die realen Betriebsbedingungen berücksichtigt werden müssen.

Die Definition der Performanceanforderungen wird den Kompromiß zwischen schneller Fehlererkennung und hoher Robustheit darstellen. Die Übersetzung dieser Anforderungen in entwurfsgerechte Gewichtungen liefert den eigentlichen Entwurf.

Die Analyse der Tauglichkeit der Entwürfe im geschlossenen Beobachterkreis wird schließlich auf die Beurteilung der Fehler- und Störungsübertragungsfunktionen, sowie auf repräsentative Beispiele im Zeitbereich zurückgreifen. Diese werden am Prüfstand mit Hilfe künstlich eingebauter Fehler gewonnen (vgl. KRESS [Kre02]).

## 5.1 Lineares nominelles Modell

Der Entwurf robuster Beobachter für additive Fehler erfolgt mit Hilfe der  $\mu$ -Synthese, für die eine lineare Modellschar benötigt wird. Die Modellschar soll die möglichen Arbeitspunkte des nichtlinearen Modells abdecken. Erster Schritt ist die Bestimmung eines linearen Modells, das anschließend mit geeigneten Unsicherheiten ergänzt wird.

Die Festlegung des linearen Modells kann auf der Basis des umfassenden nichtlinearen DDV-Modells (vgl. Kapitel 3) erfolgen. Zuzüglich zur Linearisierung kann an dieser Stelle eine Ordnungsreduktion vorgenommen werden. Folgende Argumente motivieren den Aufwand:

- Die Ordnung des nominellen Modells spiegelt sich in der des Beobachters wieder, die zur Implementation möglichst gering gehalten werden soll.
- Die Abweichungen zwischen dem modellierten und dem realen Verhalten der Strecke wachsen nur geringfügig durch die geeignete Auswahl der vernachlässigbaren Dynamikanteile, im Vergleich zu den Linearisierungseffekte.

Die Ordnungsreduktion kann durch die Anwendung mathematischer Verfahren auf eine komplexe lineare Systembeschreibung erfolgen (vgl. GREEN und LIMEBEER [GL95]). Jedoch empfiehlt es sich für diese Arbeit einen manuellen Ansatz zu verfolgen, der die physikalische Interpretation der Zustände nicht verändert.

### 5.1.1 Nominelles Modell des DDVs

Zur Ordnungsreduktion wird auf die Untersuchungen von KLINGAUF [Kli95] zurückgegriffen, die einen dominierenden langsamen Eigenwert für das Verhalten des Spulensystems ergeben haben. Die Dynamik dieser Eigenbewegung bestimmt die Entwicklung des Hauptflusses (vgl. Kapitel 3), und demzufolge auch die zeitliche Änderung der Motorkraft.

Die weiteren vier Zustände des nichtlinearen Motormodells stellen die Spulenflüsse dar. Diese weisen eine quasisimultane Eigenform auf, die dem unter den Spulen äquivalenten physikalischen Aufbau entspricht. Somit können sie ohne weitere Auswirkung durch einen einzigen Zustand ersetzt werden, dessen Transient die Summe der vier nahezu synchronen Spulenflüsse beschreibt. Berücksichtigt man zudem, daß diese Eigenform um ca. den Faktor Tausend schneller ist als die des Hauptflusses, kann eine nahezu sprungförmige Änderung des äquivalenten Spulenflusses angenommen werden, die durch einen Durchgriff  $d_\Psi$  (vgl. Gl. 5.2) modelliert werden kann. Diese Betrachtungen führen zu einem Modell erster Ordnung mit dem Hauptfluß als Zustandsgröße:

$$(5.1) \quad \dot{\Psi}_h = -a_\Psi \Psi_h + 4 \cdot (U - U_{ind})$$

$$(5.2) \quad \begin{bmatrix} F_{emag} \\ I_{sum} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{mag} \\ c_\Psi \end{bmatrix} \Psi_h + \begin{bmatrix} 0 \\ d_\Psi \end{bmatrix} \cdot 4 \cdot (U - U_{ind})$$

wobei  $a_\Psi$  die dominante Eigenform,  $k_{mag}$  die elektromechanische Verstärkung und  $c_\Psi$  die elektrische Verstärkung des Spulensystems darstellen. Der Eingang ist die Differenz zwischen eingprägter und induzierter Spannung. Das vereinfachte Modell des Motors besitzt nur noch eine äquivalente Spule. Die vervierfachte Spannung  $U - U_{ind}$  soll angelegt werden, damit die elektromagnetische Motorkraft  $F_{emag}$  der Messung entspricht. Die eingprägte Spannung wird als Ausgang einer hochfrequenten PWM<sup>11</sup>-Leistungstufe in Realität nicht gemessen. Deshalb wird neben der Motorkraft  $F_{emag}$ , die den benötigten Eingang in der Bewegungsgleichung des Ventils darstellt, der äquivalente Spulenstrom  $I_{sum}$  ausgegeben. Somit kann das physikalische Motormodell durch eine Abbildung des proportionalen analogen Stromreglers ergänzt werden. Der Eingang des kompletten Modells wird daher der geforderte Strom  $I$  sein, der als Vorgabe vom digitalen Kaskadenregler in der ACU mit der Frequenz 320 Hz vorliegt. Diese Vorgabe erfolgt jedoch als Spannung in der Hardwarerealisierung und nicht als Strom. Ein einfacher Grund liegt in der meßtechnischen Lösung zur Ermittlung des Motorstromes. Dieser wird nämlich über einen temperaturkompensierten, niederohmigen Shuntwiderstand (vgl. KLINGAUF [Kli95]) als Spannungsabfall gemessen. Um eine optimale Auflösung zu erlangen, wird das Nutzsignal so skaliert, daß  $\pm 10 V$  dem maximalen Strom von  $\pm 1.4 A$  entspricht. Zudem stellt die Spannung  $U$  die Stellgröße eines proportionalen Stromregelkreises, so daß es gilt:

$$(5.3) \quad U = k_v \left( I - \frac{I_{sum}}{4} \right)$$

wobei zur Homogenität der Gleichung die Ströme in Ampere angegeben sind. Daher ist  $k_v$  das Ergebnis der Multiplikation der Reglerverstärkung mit dem Skalierungsfaktor Ampere zu gemessenen Volt.  $U$  stellt die Klemmenspannung einer einzigen

---

<sup>11</sup>Pulsweitenmodulation

Spule dar, sowie  $I$  den Sollwert des Stromes in einer Spule. Mit Hilfe der Gl. 5.3 kann die Spannung  $U$  in Gl. 5.1 bzw. 5.2 durch die eigentliche Steuergröße  $I$  ersetzt werden.

Das nominelle Modell wird durch die Dynamik des Ventilschiebers komplettiert. Diese wird wie im letzten Kapitel als PT<sub>2</sub>-System angenähert (vgl. Gl. 4.3). Der Parameter  $c_{DDV}$  stellt die Approximation der wegabhängigen Kräfte dar, die sich aus den Kräften der Zentrierfeder, den Permanentmagnetkräften und den Strömungskräften zusammensetzen (vgl. Gl. 4.2). Die Dämpfung  $d_{DDV}$  ersetzt alle Dämpfungs- und Reibungseffekte.

Die geschwindigkeitsproportionale induzierte Spannung erfordert keine weitere Linearisierung, so daß das komplette lineare nominelle Modell angegeben werden kann:

$$(5.4) \quad \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_h \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(a_\Psi + \frac{k_v \cdot c_\Psi}{1+d_\Psi k_v}) & 0 & -4 \cdot \frac{1}{1+d_\Psi k_v} \cdot k_{ind} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{mag}}{m_s} & -\frac{c_{DDV}}{m_s} & -\frac{d_{DDV}}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_h \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} 4 \cdot \frac{1}{1+d_\Psi k_v} \cdot k_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I$$

$$(5.5) \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_h \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

Die in diesem Modell eingeführten Parameter sollen derart bestimmt werden, daß die Modellschar möglichst klein wird, um somit die Konservativität der Entwürfe möglichst gering zu halten. Deshalb wird nicht die Identifizierung der Parameter an einem bestimmten Arbeitspunkt, z.B. um die Nullposition, angestrebt. Die globale Minimierung der Unsicherheiten ist das eigentlich verfolgte Ziel der Parametrierung. Somit soll der Ansatz möglichst generell bleiben und für alle Betriebsbedingungen gelten. Sicherlich kann die Parametrierung des nominellen Modells an einem oder mehreren häufig vorkommenden Betriebspunkten lokal zusätzliche Genauigkeit bringen. Jedoch müssen dann möglicherweise größere Unsicherheiten in Kauf genommen werden. Die ermittelte Parametrierung kann dem Anhang A entnommen werden.

### 5.1.2 Berücksichtigung der Signalaufbereitung

Die Wegmessung geschieht mit induktiven Wegaufnehmern, deren Verhalten als linear über den Arbeitsbereich angenommen werden kann. Mit Hilfe eines Demodulators muß das Signal von der an der primären Spule des Weggebers eingepprägten harmonischen Anregung befreit werden. Die Filterung von Meßrauschen wird zu

den durch einen Tiefpaßfilter zweiter Ordnung realisierten Demodulatoren integriert und die Eckfrequenz der Filter an der Dynamik des Steuerschiebers angepaßt. Die Übertragungsfunktion des Demodulators lautet:

$$(5.6) \quad F_{LVDT}(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{w_0}\right)^2 + \frac{2D}{w_0}s + 1}$$

mit der Eckfrequenz  $f_0 = \omega_0/2\pi = 531.7\text{Hz}$  und die Dämpfung  $D = 0.748$ . Die Integration dieses Filters erhöht die Ordnung des nominellen Modells um 2 (siehe Anhang).

## 5.2 Unsicherheitsbeschreibung

Ein wesentlichster Schritt im Entwurf eines robusten Beobachters ist die Erfassung der Modellunsicherheiten. Die Aufgabe läßt sich ähnlich der Identifikation einer Übertragungsfunktion in zwei Einzelschritte unterteilen. Zuerst soll eine geeignete Struktur für das Unsicherheitsmodell bestimmt werden. Anschließend wird der gewählte Ansatz parametrisiert, wobei dieser Schritt eng mit der Parametrierung des nominellen Modells verzahnt ist.

Wie im Kapitel 2 ausführlich vorgestellt, können Modellunsicherheiten in strukturierter oder unstrukturierter, in parametrischer oder dynamischer Form beschrieben werden. Die richtige Auswahl kann erst nach einer tiefen Analyse der Strecke getroffen werden. Kann eine Abweichung durch eine gleichsinnige Änderung mehrerer Parameter des nominellen Modells beschrieben werden, empfiehlt sich eine parametrische Beschreibung, die den Vorteil einer hohen Strukturierung mitbringt. Ist hingegen keine direkte Zuordnung der Effekte auf Parameter möglich oder werden mehrere Parameter benötigt und somit die Ordnung des Modells erhöht, drängt sich eher ein dynamisches Modell auf, das sämtliche Auswirkung der Modellierungsfehler erfaßt.

Grundsätzlich könnte ähnlich zum Ansatz, den EICH [Eic99] für eine fehlertolerante Regelung verfolgt hat, eine Erweiterung der Modellunsicherheit um nominelle Modelle relevanter Fehlerkonstellationen vorgenommen werden. Dadurch könnten Fehlerdetektionsbeobachter robust für bestimmte Fehlerklassen gestaltet werden, was eine Trennung zwischen internen und additiven Fehlern ermöglichen würde. In einem ersten Ansatz wird jedoch der Nachweis der Leistungsfähigkeit der Methode auf die Abdeckung der Modellierungsfehler beschränkt.

Nach der Festlegung einer Struktur wird das Unsicherheitsmodell parametrisiert. Die sogenannte  $\mu_g$ -Modellvalidierung (vgl. MORRIS [Mor96]) stellt ein Werkzeug dar, um die kombinierte Modell- und Unsicherheitsparametrierung anhand von Meßdaten vorzunehmen, die aus einer breitbandigen Anregung (z.B. PRBS<sup>12</sup> Signal) stammen.

<sup>12</sup>Pseudo-Rausch-Binär-Signal (vgl. ISERMANN [ISE93]).

Andererseits kann auf das nichtlineare Modell zurückgegriffen werden, das mit Hilfe eines Erweiterten Kalman Filters quantitativ sehr genau bestimmt worden ist (vgl. KLINGAUF [Kli95]). Dieser zweite Ansatz, der eine neue Identifikation erspart, wird in dieser Arbeit verfolgt. Dies ist legitim, da die Genauigkeit des nichtlinearen Modells verifiziert werden konnte.

### 5.2.1 Struktur des Unsicherheitsmodells

Im Kapitel 4 wurden schon die Effekte mancher Nichtlinearitäten in der Bewegungsgleichung des Ventils analysiert. Die Betrachtung stützte sich dabei auf einen simulierten Frequenzgang, bei dem die Eingangsamplitude variiert worden war. Drei Einflüsse kristallisierten sich so heraus:

- Durch die mechanische Begrenzung des Hubes sinkt die statische Verstärkung bei hohen Eingangsamplituden ab.
- Die hydraulische Dämpfung erhöht den Dämpfungsgrad der  $PT_2$ -Übertragungsfunktion mit steigender Geschwindigkeit bzw. Eingangskraft.
- Die Haftreibung, deren Effekt unabhängig von der Anregung bei einer gleich niedrigen Kräftesumme auf der Ventilwelle auftritt, bewirkt eine Absenkung der Verstärkung für kleine Eingangskräfte.

Drei weitere nichtlineare Einflüsse müssen in Betracht gezogen werden. Die hubproportionalen Kräfte auf das Ventil wurden im Kapitel 4 zum Zweck der systematischen Untersuchung als parametrische Abweichungen behandelt. An dieser Stelle wird jedoch diese Vorgehensweise in Frage gestellt. Die kubischen Anteile dieser Kräfte, die einen destabilisierenden Effekt haben, verändern bei wachsenden Hübten die Eigenbewegung des Ventils in Richtung kleinerer Eigenfrequenzen. Zusätzlich bewirken kleinere Rückstellkräfte eine relativ größere Verstärkung bei großen Amplituden.

Die Eisensättigung im Linearmotor, die im nichtlinearen Modell vom magnetischen Fluß abhängt, bewirkt eine Verschiebung des dominanten Pols des Motors und eine Änderung des Verstärkungsfaktors, der bei hohen Spannungen kleiner wird. Schließlich ist die durch die PWM-Stufe des Stromreglers eingeprägte Spannung auf  $\pm 38$  Volt pro Spule beschränkt. Die Ausgangsamplitude wird durch das Erreichen der maximalen Stellaktivität begrenzt, was zu einem relativen Absinken der Verstärkung bei hohen Eingangsamplituden führt. Desgleichen wird die Änderung der Dynamik des Motors eingeschränkt.

Bild 5.1 stellt den Amplitudengang der Übertragung zwischen Stromsollwert und Ventilhub dar. Der Stromsollwert, die eigentliche Anregung im nominellen Modell,

ist dabei in Volt angegeben, um konform zu der Hardware-Realisierung zu bleiben (siehe Abschnitt 5.1.1). Die Eingangsamplitude wurde über den gesamten Arbeitsbereich zwischen  $I_{soll,1} = 0.7 \text{ V} \cong 0.1 \text{ A}$  und  $I_{soll,11} = 10 \text{ V} \cong 1.4 \text{ A}$  verändert. Der Frequenzbereich erstreckt sich zwischen  $0.62 \text{ rad/s}$ , entsprechend einer Schwingung der Dauer  $10 \text{ s}$ , und  $2120 \text{ rad/s}$ , entsprechend eine ca.  $3 \text{ ms}$  lange Schwingung. Bei dieser oberen Frequenz hat die Motorkraft nur noch die Größenordnung der Haftreibung. Dementsprechend verschwindet die periodische Bewegung, so daß der Amplitudengang nicht mehr definiert werden kann. Bei dem benutzten „Chirp<sup>13</sup>“-Signal bewegt sich das Ventil in eine Ruhelage, wo die Summe der hubproportionalen Kräfte und der Motorkraft kleiner als die Haftreibung bleibt („Festbeißen“ der Ventilwelle). Diese Simulationsergebnisse wurden durch Messungen am Prüfstand qualitativ und quantitativ (Frequenzbereich) bestätigt, was die Qualität des nicht-linearen Reibungsmodells unterstreicht.

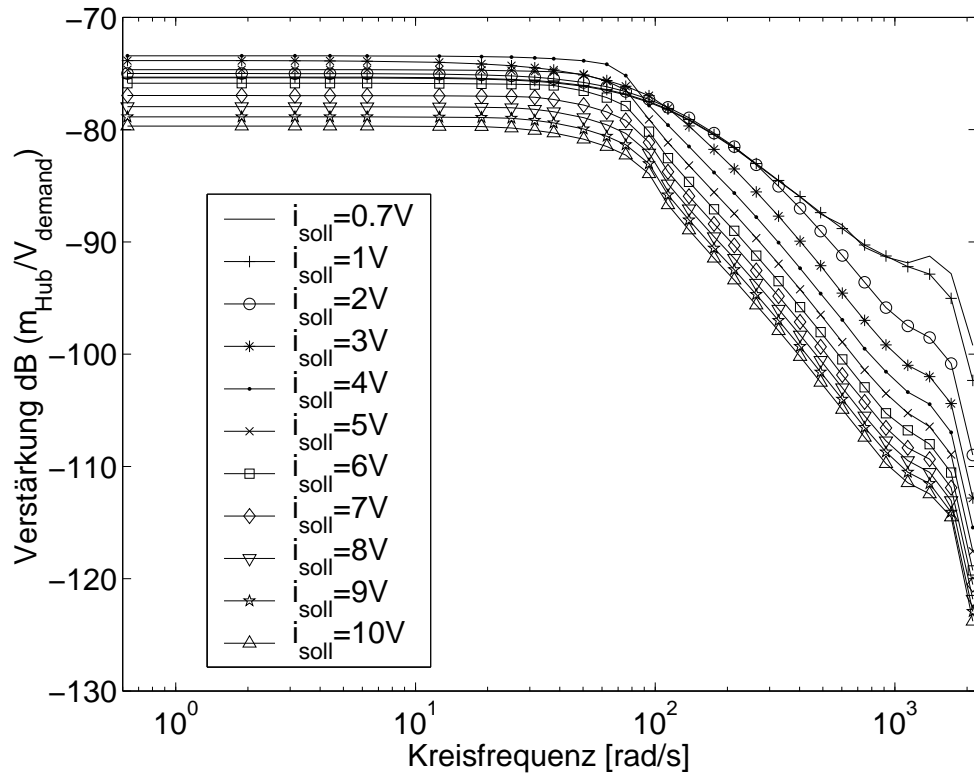


Abbildung 5.1: Amplitudengang des Ventils in Abhängigkeit der Eingangsamplitude

Das Bild 5.1 bestätigt die vorhersehbaren Einflüsse der Nichtlinearitäten. Insbesondere wird bei steigenden Amplituden eine sehr starke Verkleinerung der Verstärkung über alle Frequenzen beobachtet, die im wesentlichen auf die Ventilanschläge und die Begrenzung der Spannungsversorgung zurückzuführen ist. Die Eisensättigung unterstützt diesen Effekt, während jedoch die nichtlinearen Rückstellkräfte am Ventil entgegenwirken. Als Folge ist eine Umkehrung der Entwicklung der statischen

<sup>13</sup>Signal der Form  $f(t) = \sin(\lambda(t)t)$ , mit  $\lambda$  kontinuierlich wachsender Funktion der Zeit

Verstärkung zu beobachten, die bei  $I_{soll,5} = 4\text{ V}$  eintritt. Ein ähnlicher Effekt, wenn auch in viel geringeren Maßen, betrifft die langsame Eigenform des Modells, deren Eigenfrequenz sich vorerst verkleinert und ab  $I_{soll,5} = 4\text{ V}$  wieder ansteigt. Im Gegensatz dazu erfährt die Dämpfung des schnellen Polpaars einen stetigen Zuwachs, der durch die Unterdrückung der Verstärkung durch die un stetigen Sättigungen zudem verstärkt wird.

Die komplexen Veränderungen des Amplitudengangs lassen sich nur durch einzelne Parameter erfassen, die sich gegensinnig gleichzeitig verändern lassen. Somit würde eine strukturierte parametrische Unsicherheit die Ordnung des Modells wesentlich erhöhen, weil jeder Parameter einen eigenen Unsicherheitsfaktor bekommen müßte. Deshalb wird auf eine solche Unsicherheitsbeschreibung nicht zurückgegriffen. Zudem sind die un stetigen Effekte, insbesondere der Reibung und der Sättigung, nur bedingt durch Parameter erfaßbar. Deshalb erfordern sie eine dynamische Unsicherheitsbeschreibung. Die Möglichkeit, die Konservativität dieser Methode durch eine parametrische, genaue Unsicherheitserfassung zu bekämpfen, erscheint deshalb als äußerst fragwürdig. Die wesentlichen Änderung der Verstärkung sind auf die un stetigen Kennlinien der Übertragung zurückzuführen. Als Schlußfolgerung dessen wird ein dynamisches Unsicherheitsmodell eingesetzt.

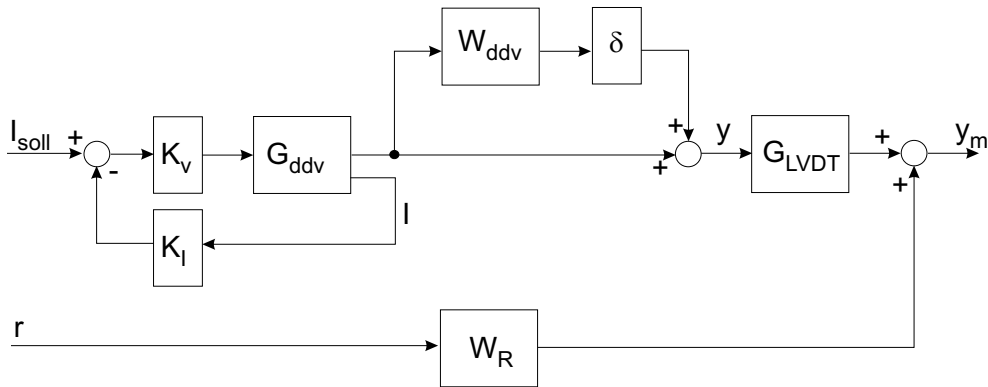


Abbildung 5.2: Modellschar des DDV

Bild 5.2 faßt schematisch die Struktur des Modells zusammen.  $G_{ddv}$  stellt das nominelle lineare Modell des Direct Drive Ventil dar und  $W_{ddv}$  das multiplikative Unsicherheitsmodell.  $G_{LVDT}$  ist die Übertragungsfunktion des Demodulators des Ventilweggebers. Schließlich ergänzt noch  $W_R$  die Struktur mit einem Modell des Meßrauschens.

### 5.2.2 Parametrierung des Unsicherheitsmodells

Ein multiplikatives Unsicherheitsmodell  $W_{ddv}$  wird für den Übertragungspfad zwischen  $I_{soll}$  und  $y$  definiert. HEINL [Hei96] konnte den Vorteil dieser Darstellungsform in Bezug auf eine Verminderung der Konservativität eines Reglerentwurfs zeigen.



Die Grundlage für die quantitative Bestimmung des Modells bildet die nichtlineare Simulation (Bild 5.1). Ausgehend von existierenden Parametersätzen für das lineare nominelle Modell wurden dessen Parameter abgestimmt, so daß das nominelle Modell in der Mitte der Modellschar zu liegen kommt und folglich die Amplitude der Unsicherheiten minimiert wird.

Bild 5.3 zeigt den Frequenzgang des nominellen Modells  $G_{ddv}$ . Die Parameter können dem Anhang entnommen werden. Gut erkennbar sind die Eigendynamik des Motors und des Ventils. Die getrennte Pollage ermöglicht eine unabhängige Bestimmung der Parameter  $a_\Psi$  und  $c_{ddv}$ .  $d_{ddv}$  beeinflusst lediglich die Resonanz des schwingungsfähigen Polpaares. Schließlich dient  $k_F$  zur Einstellung der Verstärkung.

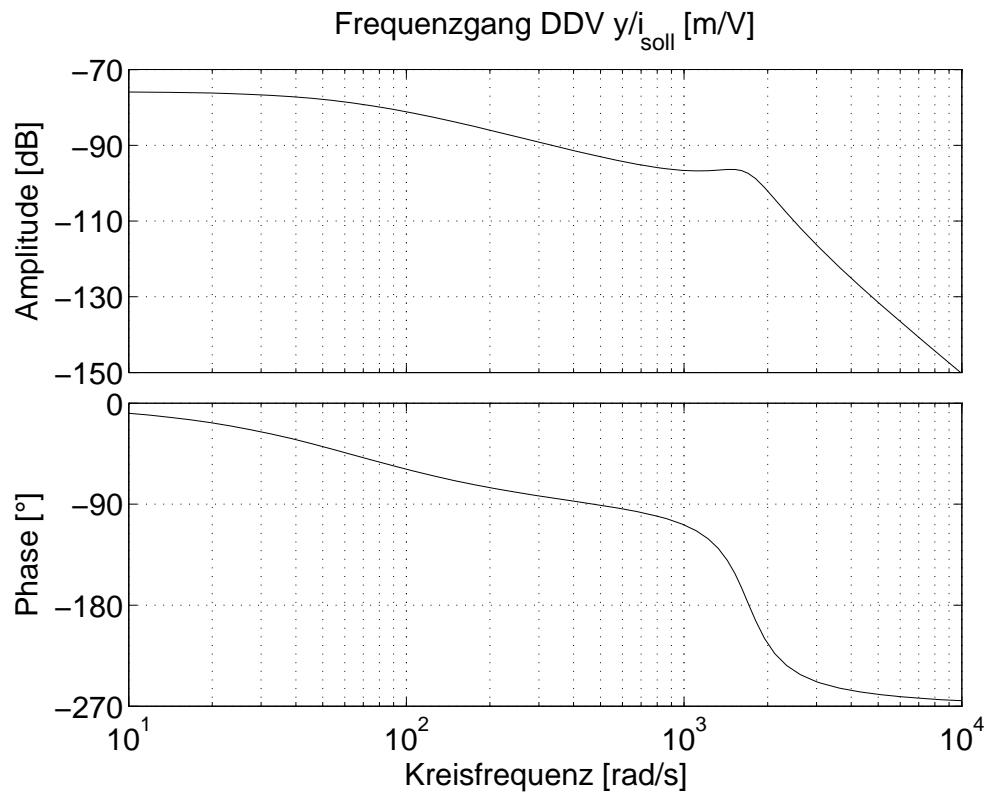


Abbildung 5.3: Übertragungsfunktion des nominellen DDV-Modells

Die Unsicherheitsgewichtung läßt sich dann aus der Funktion  $G_{max}(\omega) - G_{ddv}(\omega)$  ermitteln, die den Abstand zwischen dem mittleren Amplitudendiagramm (Bild 5.3) und den Extrema im Bild 5.1 darstellt. Da ein multiplikatives Unsicherheitsmodell gewählt worden ist, gilt für die Gewichtung  $W_{ddv}$ :

$$(5.7) \quad W_{ddv}(\omega) = \frac{G_{max}(\omega) - G_{ddv}(\omega)}{G_{ddv}(\omega)}$$

Die Übertragungsfunktion  $W_{ddv}$  finde sich im Anhang A.

Bild 5.4 zeigt den Amplitudengang dieser Übertragungsfunktion. Der Einbruch bei  $\omega = 90 \text{ rad/s}$  fällt dabei auf. Er entspricht der Verschiebung der langsamen

Eigenform durch die Eisensättigung und vor allem durch die Abweichung vom reinen PDT<sub>1</sub>-System für das elektrische nichtlineare Modell, die durch die Begrenzung der Eingangsspannung auftritt. Diese starke Veränderung der Dynamik zwingt zur Übernahme eines Unsicherheitsmodells mindestens 4. Ordnung.

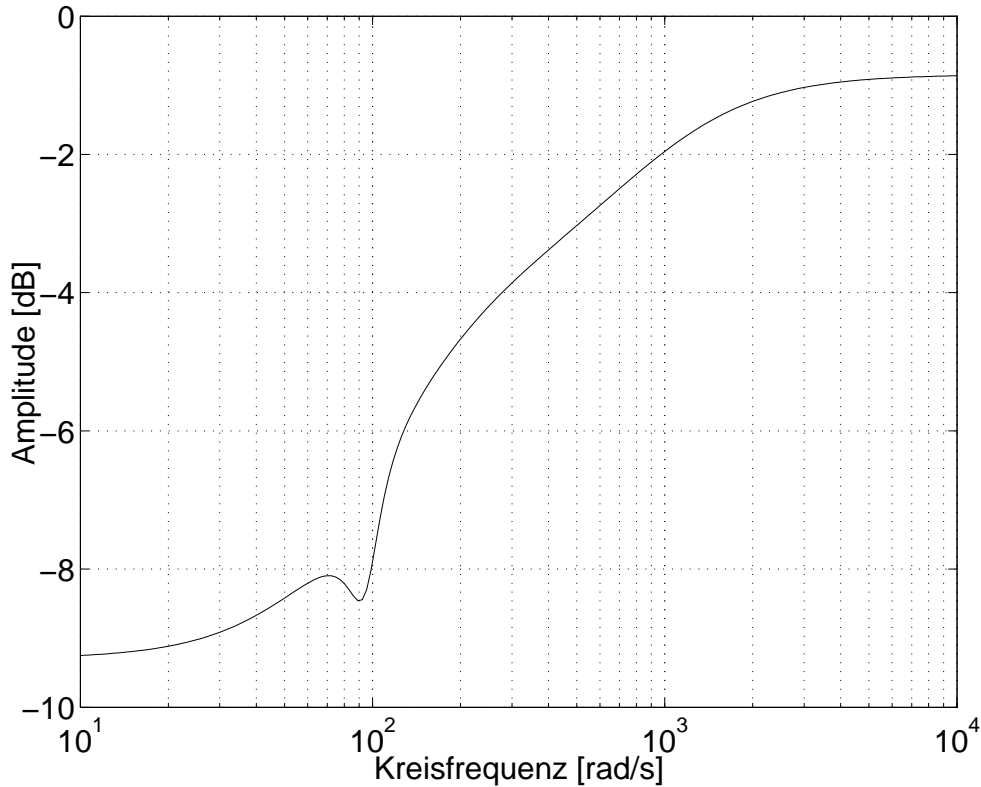


Abbildung 5.4: Übertragungsfunktion des Unsicherheitsmodells  $W_{dv}$

Zudem nimmt die Unsicherheitsgewichtung große Werte an, wie aus Bild 5.1 vorhersehbar war. Dies ist hauptsächlich auf die Spannungsbegrenzung und die mechanischen Anschläge des Ventils zurückzuführen. Im Gegensatz zum Fall eines Reglerentwurfs, wo eine nachträgliche Begrenzung der Systemanregung unter anderem durch Anti-Wind-Up-Maßnahmen (vgl. SATTLER [Sat01]) die Berücksichtigung solcher Modellabweichungen vermeiden läßt, wird dem Beobachter die Anregung vollständig vorgegeben. Mehr noch, da das Fehlererkennungssystem nicht zur primärer Funktionalität des Aktuators gehört, kann nicht seinetwegen eine Änderung des Regelgesetzes im Hinblick auf ein Ausbleiben der vollen Stellaktivität bis zu den Anschlägen eingeführt werden. Zudem ist der konventionelle Kaskadenregler des hydraulischen Stellgliedes steif in der inneren Schleife (Regelung der Ventilposition) und im analogen Stromkreis ausgelegt, so daß die hohe dynamische Anforderung durch das System erfüllt wird. Die Folge ist das Erreichen der entsprechenden Anschläge durch die Spannung bzw. den Ventilhub über geraume Zeitspannen eines charakteristischen Regelvorgangs, so daß keine Vernachlässigung ihres Einflusses in Frage kommt.

Die Unsicherheit beträgt im niederfrequenten Bereich ca.  $-9\text{ dB}$ . Umgerechnet und nach Berücksichtigung des multiplikativen Modells entspricht diese Zahl einer Abweichung bis zur 35 % der nominellen Verstärkung. Für hohe Frequenzen steigt den Wert auf ca.  $-1\text{ dB}$ , also 90 % Fehler. Da Fehler eher im niederfrequenten Bereich gesucht werden, ist dieser Anstieg gegebenenfalls weniger bedeutend als das schon sehr hohe Niveau im stationären Bereich. Die direkte Konsequenz werden hohe Fehlerschwellen und geringe Dynamik des Residuums sein.

Um die Leistungsfähigkeit zu erhöhen, sollte die Unsicherheit geringer gehalten werden. Durch die Einschränkung der Anwendbarkeit des Fehlererkennungssystems auf einen Arbeitsbereich, der keine Sättigung verursacht, könnte dieses Ziel verfolgt werden. Jedoch zeigt eine Analyse der nichtlinearen Simulation, als logische Folge des steifen Kaskadenreglers, daß der Einsatzbereich dann nicht mehr repräsentativ sein kann. Bei einer Eingangsamplitude von  $0.1\text{ A}$  würde die Kreisfrequenz  $1330\text{ rad/s}$ , die ungefähr der Eigenbewegung des Ventils entspricht, das Erreichen der  $\pm 38\text{ V}$  bedeuten. Und bei  $0.4\text{ A}$  Sollamplitude trifft schon die Kreisfrequenz  $90\text{ rad/s}$  die Grenze. Höhere Eingangsamplituden verursachen das Erreichen der Ventilanschläge bei den niedrigen Frequenzen.

Eine alternative Möglichkeit besteht in der Betrachtung mehrerer Teilmodelle, die zusammen mit ihrem Unsicherheitsmodell lokal gelten. WIENAND [Wie97] wendet dieses Konzept für die Regelung stark nichtlinearer Systeme an, wobei die Umschaltung der Regler je nach Arbeitsbereich die eigentliche Schwierigkeit darstellt. In diesem Fall sollten die Arbeitsbereiche in Abhängigkeit der Sollamplitude festgelegt werden. Eine Systemüberwachung sollte die Auswahl des momentan gültigen Beobachters übernehmen. Eine scharfe Umschaltung würde in jedem Fall starke Transienten im Residuum verursachen, die zu falschen Fehleralarmen bzw. zu Wartezeiten für die Auswertung der Residuen führen würden. „Fuzzy“-Modelle für die Umschaltung stellen einen aussichtsreichen Ansatz zur Problemlösung dar, wobei dies eine weitere grundsätzliche Untersuchung erfordern würde, deren Umfang den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.

### 5.3 Spezifikation der Performanceanforderung

Nach der Beschreibung des Systemverhaltens ist für den Entwurf eines Detektionsfilters mit Hilfe der  $\mu$ -Methode eine geeignete Spezifikation der Filtergüte notwendig. Die Auswahl der gefilterten Signale, die Strukturierung von deren Schätzwerten und die Festlegung von deren Amplitude und Dynamik stellt den ersten Schritt dar. Das somit definierte Anforderungsprofil wird in eine für die  $\mu$ -Methode geeigneten Entwurfs-umgebung umgewandelt. Diese Umgebung besteht aus vorgegebenen Übertragungsfunktionen, die der Entwurf erfüllen soll. Die quantitativen Ansprüche werden in Form von dynamischen Gewichtungen einbezogen. Durch dieses *loop sha-*

*ping* (vgl. Kapitel 2) soll der Kompromiß zwischen hoher Filtergüte und Robustheit gewährleistet werden.

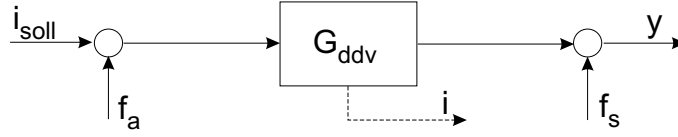


Abbildung 5.5: Additiver Fehler am Ventil

Bild 5.5 zeigt eine schematische Darstellung der Ausgangslage. Ziel des Entwurfs ist die Detektion eines Fehlers in der Stromverstärkung am Eingang ( $f_a$ ) und/oder in der Hubmessung am Ventil ( $f_s$ ). Wünschenswert ist eine strukturierte Aussage, die in Form von zwei Fehlerresiduen beide Effekte unterscheidet. Hierzu soll jedes Residuum empfindlich auf eine einzige Fehlerquelle reagieren. Betrachtet man den Stromsollwert  $I_{soll}$  und den Ventilhub  $y$  als Meßsignale nur, wird diese Zielsetzung nicht erreicht. Der Stromsollwert liegt vor den Eingriffspunkten der Fehler und kann nur, unter Berücksichtigung des Modells  $G_{ddv}$ , vom Hub abgezogen werden. Nur der gemessene Hub beinhaltet eine Information über den Fehler:

$$(5.8) \quad y(s) = G_{ddv}(s)i(s) + G_{ddv}(s)f_a(s) + f_s(s)$$

Die Einflüsse von  $f_a$  und  $f_s$  sind in Gl. 5.8 linear abhängig und können nur durch eine zweite Gleichung bzw. Messung voneinander unterschieden werden<sup>14</sup>. Als zweite unabhängige Messung kann der Spulenstrom  $i$  herangezogen werden. Da er aus einem Teil des Modells zwischen den beiden Fehlereingriffspunkten abgeleitet wird, ermöglicht er die grundsätzliche Trennung der beiden Fehlereinflüsse. Er kann nur eine Information über den Aktuatorfehler beinhalten. Einziger Einwand ist die Möglichkeit eines Fehlers in der Strommessung, die dann eine Verlagerung der Problematik dann impliziert.

Die notwendige Einführung der Strommessung stellt die Gültigkeit des Unsicherheitsmodells in Frage, weil dieses nur eine globale Unsicherheit über die Übertragungsfunktion zwischen  $I_{soll}$  und  $y$  berücksichtigt. Diese Unsicherheit beinhaltet zwar die elektrischen Effekte, spiegelt diese aber lediglich in dem gemessenen Ventilhub wieder. Als Ergänzung wird eine dynamische Unsicherheit in der Strommessung eingeführt (vgl. Bild 5.6). Diese beeinflusst nicht die vorherige Auslegung. Die Auswahl einer multiplikativen dynamischen Unsicherheit läßt sich mit den gleichen Argumenten wie für das Gesamtsystem begründen. Insbesondere ist die Hauptursache der Unsicherheit auf die Spannungsbegrenzung zurückzuführen, die sich praktisch nicht parametrisch darstellen läßt.

<sup>14</sup>Eine Unterscheidung über den Frequenzbereich wird nicht berücksichtigt. Zum einen erzwingt es die Einschränkung auf Fehler  $f_s$  im hohen Frequenzbereich (weil  $G_{nom}$  Tiefpaßcharakter hat). Zum anderen ist die Fehlererkennung in diesem nur approximativ modellierten Bereich sehr fragwürdig.

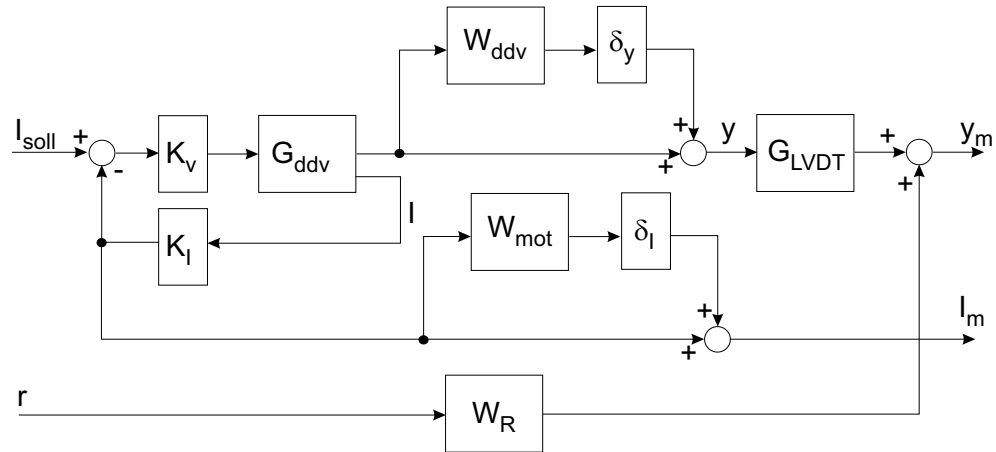
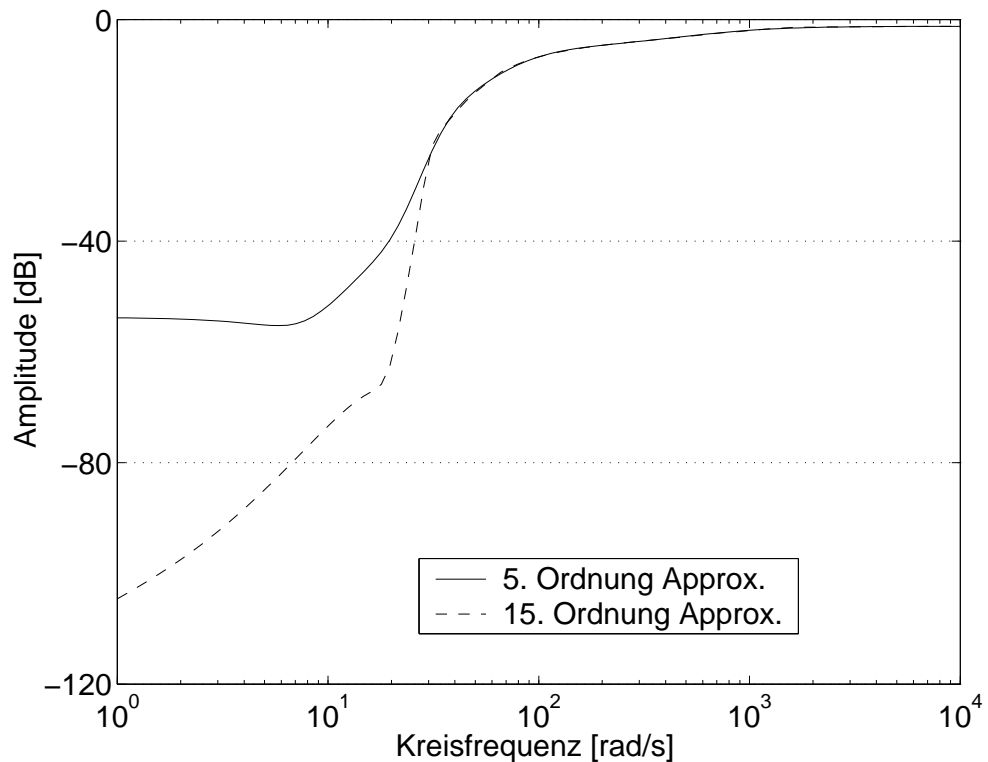


Abbildung 5.6: Modellschar des DDV - Ergänzung mit der Strommessung

In Bild 5.7 stellt die gestrichelte Linie, als Approximation sehr hoher Ordnung, den Amplitudengang der Unsicherheit  $W_{mot}$  genau dar, während die durchgezogene Linie die im weiteren benutzte Annäherung abbildet. Die starke Abweichung im niederen Frequenzbereich läßt sich durch die sehr großen Unterschiede in der Steigung begründen, die eine hohe Ordnung fordern. Da die Ordnung des Filters mit der des Modells steigt, ist die Berücksichtigung der genauen Approximation unzuweckmäßig.

Abbildung 5.7: Übertragungsfunktion des Unsicherheitsmodells  $W_{mot}$ 

Angestrebt wird ein Residuum, das mit hoher Dynamik auf einen Fehler reagiert und gleichzeitig eine hohe stationäre Genauigkeit aufweist. Die Einhaltung dieser

Anforderung für die gesamte Modellschar kennzeichnet ein robustes Filter. Bild 5.8 stellt die Struktur dar, die dem Filterentwurf zugrunde liegt. Um die Dynamik des Residuums zu beeinflussen, wird eine Wunschübertragungsfunktion der Fehler zum Residuum,  $T_{WU}$ , eingeführt (vgl. FRISK und NIELSEN [FN99]). Dadurch wird die Empfindlichkeit für die Fehler sicher gestellt. Durch die Gewichtung  $W_e$  werden die Frequenzbereiche, wo eine genaue Anpassung des Residuums an die Wunschfunktion verfolgt wird, d.h. wo der Fehler auftritt, hervorgehoben. Gleichzeitig sorgt sie für die Unterdrückung der externen Eingänge  $I_{soll}$  und  $r_y$  im Residuum  $r$ . Es sei bemerkt, daß die Betrachtung von  $e$  oder  $r$  hier äquivalent ist, weil die Signale  $I_{soll}$  und  $r_y$  nicht über  $T_{WU}$  geführt werden. Schließlich wurden Skalierungen ( $W_{fs}$ ,  $W_{fa}$ ,  $W_I$  und  $W_R$ ) am Eingang der Struktur eingeführt. Diese sorgen dafür, daß die Optimierungspfade keine zusätzliche Gewichtung durch die Modellverstärkung beinhalten. Die Eingangssignale für die Optimierung sind dadurch auf den Betrag 1 normiert.

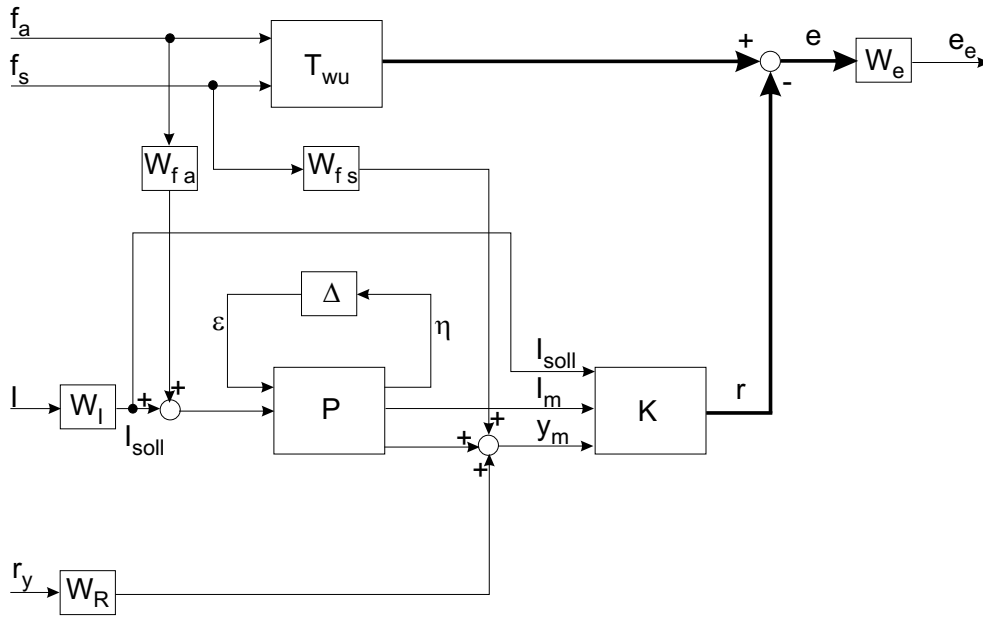


Abbildung 5.8: Struktur für den robusten Filterentwurf

Bemerkenswert ist der offensichtliche Verzicht auf eine geschlossene Beobachterstruktur, mit Rückführung der durch ein nominelles Modell der Strecke geschätzten Meßwerte  $\hat{I}_m$  und  $\hat{y}_m$ . Dies läßt sich wie folgt begründen:

- Ziel ist nicht die Berechnung interner Zustände, sondern die Ermittlung der auf der Strecke additiv eingreifenden Signale. Demzufolge ist eine Struktur, die die interne Dynamik des Systems explizit nachbildet, nicht zwingend notwendig.
- Das nominelle Modell, das zusammen mit der Beobachterverstärkung die Beobachterstruktur dann bilden würde, ist beim Einsatz exakt das gleiche, das

für den Entwurf definiert worden ist. Die  $\mu$ -Methode bildet die im Modell enthaltene Information in der Verstärkungsmatrix ab. Dementsprechend würde das nominelle Modell letztlich zweimal, als Beobachtermodell und in der Filterverstärkungsmatrix, abgebildet. Dies hätte nur als Effekt die Ordnung des Filters zu erhöhen, ohne weitere Information dem System zur Verfügung zu stellen.

- Das zuvor beschriebene Verhalten wurde anhand eines Beispiels geprüft. Verglichen wurden die offene Struktur nach Bild 5.8 und ein beobachterähnliches Blockschaltbild, wobei die Fehlerresiduen durch zwei unabhängige Ausgänge der Verstärkungsmatrix dargestellt wurden. Diese Signale bildeten zudem die „Stellgrößen“ des Beobachtermodells. Im Entwurf wurden dann die exakt gleichen  $\mu$ -Werte erreicht und in der Simulation konnte ebenfalls das gleiche Verhalten festgestellt werden. Diese Beobachtung unterstreicht die vorherige Bemerkung.

Für die Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$  wird ein Tiefpaß zweiter Ordnung eingesetzt. Die Übertragungsfunktion lautet, mit  $\omega_{WU}$ , der noch nicht gewählten Eckfrequenz:

$$(5.9) \quad T_{WU}(s) = \frac{1}{100^2} \cdot \frac{s^2 + 2 \cdot 0.69 \cdot 100\omega_{WU}s + (100\omega_{WU})^2}{s^2 + 2 \cdot 0.69 \cdot \omega_{WU}s + \omega_{WU}^2}$$

Diese Übertragung zeichnet sich aus durch eine starke negative Steigung nach der Eckfrequenz, die eine große Dämpfung im oberen Frequenzbereich ermöglicht. Zudem wurde eine optimale Dämpfung von 0.69 gewählt, um die schnellste Sprungantwort für ein  $PT_2$ -System zu erhalten. Bild 5.9 zeigt den Amplitudengang von  $T_{WU}$  für die exemplarische Eckfrequenz von  $1 \text{ rad/s}$ .

Der mittelnde Effekt der Filterung reduziert den Einfluß der Störungen. Nachteil ist jedoch der Verlust an Dynamik für das Residuum, so daß die Eckfrequenz von  $T_{WU}$  ein wichtiger Optimierungsparameter für den Entwurf ist. Die statische Verstärkung ist Eins, so daß der Wert des Fehlers direkt aus dem Residuum abgelesen wird. Für die Strukturierung der beiden Residuen wird eine Einheitsmatrix gewählt, so daß das Residuum 1 auf die Präsenz von  $f_a$  reagiert und das Residuum 2 auf die von  $f_s$ .

Die Gewichtung  $W_e$  soll ebenfalls Tiefpaßverhalten besitzen. Zwei Gründe motivieren diese Wahl. Die Anpassung des Residuums an das Wunschverhalten ist wichtig in dem Frequenzbereich, der für die Fehler repräsentativ ist. Eine solche Übereinstimmung bedeutet einen kleinen Fehler  $e$ , der durch eine hohe Gewichtung erreicht wird (vgl. Kapitel 2). Außerhalb dieses Bereiches läßt eine kleinere Gewichtung mehr Spielraum zur Optimierung nach der Vorgabe der Übertragungsfunktion  $T_{WU}$ .

Außerdem wird eine niedrige Übertragung der Störungen zum Residuum  $r$  verfolgt. Die Störungen stellen einerseits das Meßrauschen, andererseits das Systemrauschen

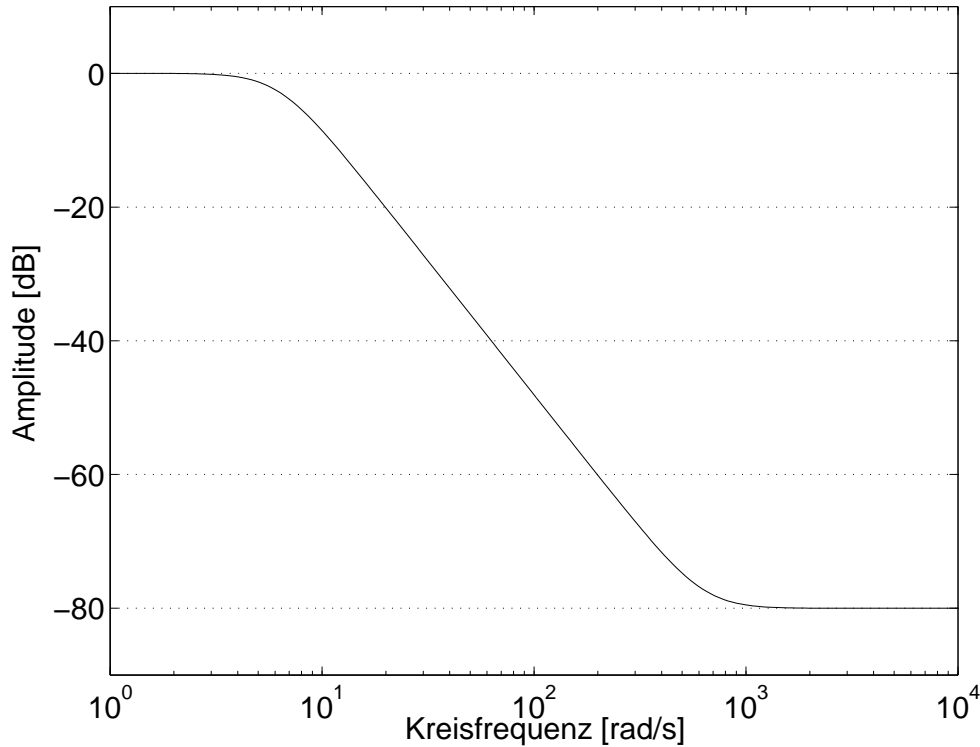


Abbildung 5.9: Amplitudengang der Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$  mit  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$

in Form der Unsicherheiten  $W_{ddv}$  und  $W_{mot}$ , dar. Beide haben Hochpaßverhalten, und intuitiv wird das gleiche Verhalten für die Gewichtung gefordert, so daß im Bereich hoher Unsicherheit eine starke Unterdrückung von deren Auswirkungen erzielt wird. Der Bereich niedriger Frequenzen ist aber trotzdem relevanter, weil er physikalisch angeregt wird: das Systemrauschen tritt im niederfrequenten Bereich bis zur Eckfrequenz der Strecke auf. Zudem bewirkt die Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$  schon eine Filterung des hochfrequenten Rauschens. Schließlich würde ein Hochpaßverhalten für  $W_e$  ein Widerspruch zum primären Ziel der guten Anpassung zum Wunschverhalten darstellen.

Den bedeutenden Frequenzbereich liest man aus der nominalen Übertragungsfunktion ab: er erstreckt sich bis ca.  $1500 \text{ rad/s}$ . Der Amplitudengang der Unsicherheit, dessen Hochpaßverhalten große Ansprüche im hohen Frequenzbereich darstellt, soll bis zu dieser Kreisfrequenz berücksichtigt werden, während oberhalb das Tiefpaßverhalten von  $W_e$  für mehr Freiheitsgrade sorgt. Damit die Ordnung des Filters nicht zu groß wird, wird die im Abschnitt 5.2 angegebene Unsicherheit vereinfacht. Zum Beispiel kann nicht auf die Amplitudenerhöhung zwischen  $50$  und  $90 \text{ rad/s}$  in Bild 5.4 Rücksicht genommen werden. Dagegen wird die globale Erhöhung der Unsicherheit bei höheren Frequenzen (ab  $10 \text{ rad/s}$  für den Strom und ab  $100 \text{ rad/s}$  für den Hub) durch eine höhere Gewichtung berücksichtigt. Da die Gewichtung  $W_e$  auf einen Vektor wirkt, können zwei Übertragungsfunktionen eingesetzt werden.



Auf den Übertragungspfad von  $f_a$  wird eine zur Stromunsicherheit  $W_{mot}$  passende Gewichtung  $W_{e1}$  eingeführt, weil das entsprechende Residuum wesentlich durch das Motorverhalten und die Strommessung beeinflusst wird. Desgleichen wird  $W_{e2}$ , die für  $f_s$  zuständig ist, an  $W_{ddv}$  angepaßt. Es ergibt sich:

$$(5.10) \quad W_{e1}(s) = \frac{5}{24} \cdot \frac{(s+6)(s+8000)}{(s+100)^2}$$

$$(5.11) \quad W_{e2}(s) = \frac{15}{80} \cdot \frac{(s+100)(s+8000)}{(s+250)(s+600)}$$

$W_{e1}$  und  $W_{e2}$  wurden derart angeglichen, daß im stationären und hochfrequenten Bereich die gleiche Gewichtung herrscht. Bild 5.10 zeigt den Amplitudengang der beiden Gewichtungen.

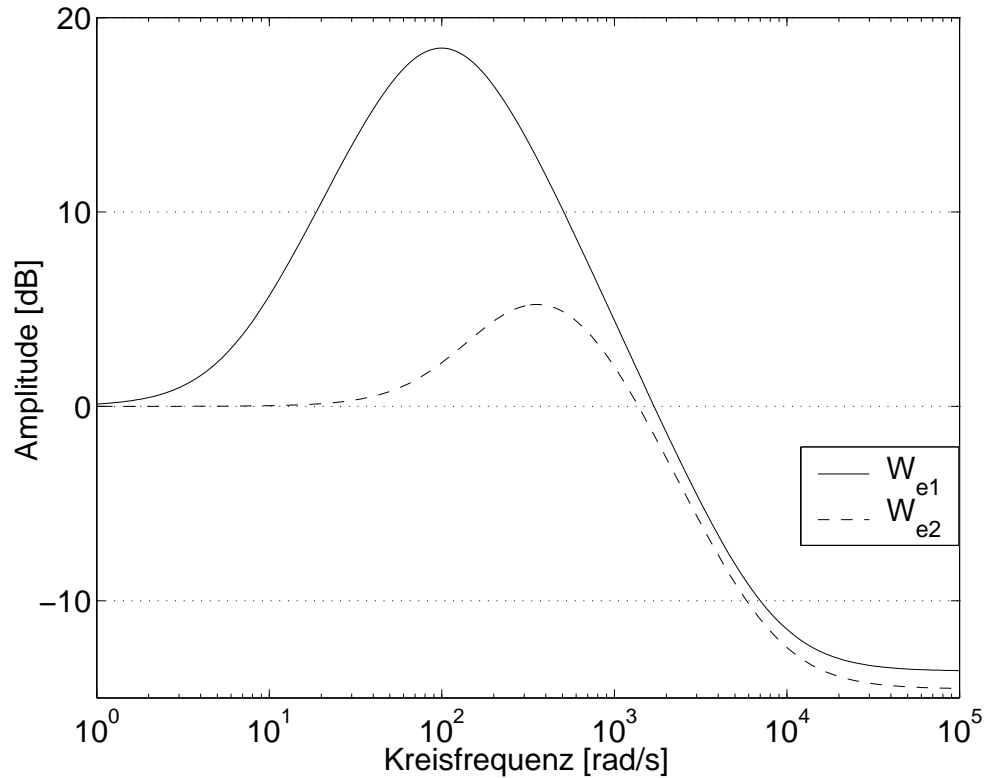


Abbildung 5.10: Amplitudengang der Gewichtungen  $W_{e1}$  und  $W_{e2}$

Ein zweiter Optimierungsparameter, neben der Eckfrequenz von  $T_{WU}$ , ergibt sich aus einer gemeinsamen Skalierung  $\alpha$  der Gewichtungen  $W_{e1}$  und  $W_{e2}$ . Dadurch kann in Abhängigkeit der geforderten Dynamik des Residuums die Anforderung an Genauigkeit so adaptiert werden, daß ein  $\mu$ -Wert von 1 erreicht wird. Dieses Kriterium, wie in Kapitel 2 gezeigt, entspricht der robusten Einhaltung der Anforderungen. Die Anpassung beider Parameter sowie die Beurteilung der Ergebnisse ist der Bestandteil des nächsten Abschnitts.

## 5.4 Filtersynthese

Nachdem die komplette Systemstruktur festgelegt worden ist, stellen die eigentliche Synthese des Fehlerdetektionsfilters und die anschließende Bewertung den letzten Schritt des Entwurfs dar. Abschließend wird die Möglichkeit der Implementation am realen Prozeß anhand der Ergebnisse diskutiert.

### 5.4.1 Synthese

Die zwei noch freien Parameter,  $\omega_{WU}$  die Eckfrequenz der Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$  und  $\alpha$  die Skalierung der gesamten Übertragungsfunktion nach  $W_e$ , sollen während der Synthese festgelegt werden. Die Synthese stützt sich auf das Kriterium zur robusten Performance, das aus dem Theorem der kleinen Verstärkung (siehe Kapitel 2) abgeleitet ist. Bild 5.11 zeigt die Ergänzung des Systems mit einem zusätzlichen Unsicherheitsblock  $\Delta_P$  zwischen den Eingängen ( $f_a$ ,  $f_s$ ,  $I$  und  $r_y$ ) und dem Ausgang ( $e_e$ ). Es gilt:

$$(5.12) \quad \tilde{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_P \end{bmatrix}$$

Für den somit geschlossenen Kreis bedeutet eine Übertragung kleiner als 1, laut dem oben genannten Theorem, daß die maximale Verstärkung zwischen Eingängen und Ausgängen selber kleiner als 1 ist. Eine klare Aussage über den maximalen Fehler des Detektionsfilters kann deshalb getroffen werden.

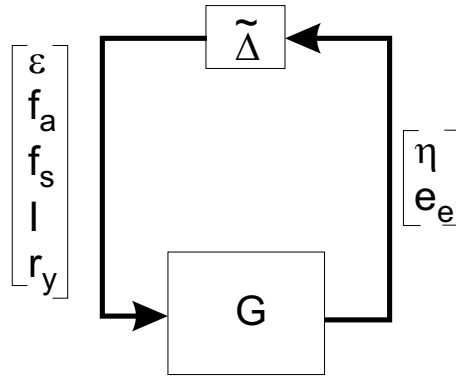


Abbildung 5.11: Systemstruktur zur Ermittlung der robusten Performance

Die Anwendung dieses Theorem führt zur Einführung einer Skalierung der Eingänge oder äquivalenterweise des Ausgangs, die die Interpretation der Ergebnisse erleichtert. Ziel ist dabei einen einheitlichen  $\mu$ -Wert für den geschlossenen Kreis zu erreichen.  $\alpha$  sei der eingeführte Skalierungsfaktor und  $G_\alpha$  die Übertragungsmatrix zwischen den Eingängen und dem skalierten Ausgang  $e_{e,\alpha}$ , dann gilt:

$$\mu_{\tilde{\Delta}}(G_\alpha) < 1 \Rightarrow \|G_\alpha\|_\infty < 1, \quad \forall \Delta$$

$$\begin{aligned}
(5.13) \quad & \Rightarrow \max \frac{\|e_{e,\alpha}\|_2}{\|\mathbf{d}\|_2} < 1 \\
& \Rightarrow \max \frac{\|e_e\|_2}{\|\mathbf{d}\|_2} < \frac{1}{\alpha}
\end{aligned}$$

mit:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} f_a \\ f_s \\ I \\ r_y \end{bmatrix}$$

Die Strategie des Entwurfs besteht also in der Maximierung des Skalierungsfaktors  $\alpha$  in Abhängigkeit der gewählten Eckfrequenz für die Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$ . Die Eckfrequenz ist der letzte freie Parameter, der das Verhalten des Filters beeinflussen kann. Die Ergebnisse der Optimierung nach  $\alpha$  stellt Bild 5.12 dar, wobei der erreichte  $\mu$ -Wert  $\mu_{\tilde{\Delta}}(G_\alpha)$  zwischen 0.991 und 1.006 variiert. Die markierten Stützstellen entsprechen den berechneten Detektionsfiltern. Zur besseren Beurteilung stellt der rechte Teil von Bild 5.12 linear aufgetragen das Verhalten im niederfrequenten Bereich dar.

Der mit der Eckfrequenz  $\omega_{WU}$  stetig sinkende Faktor  $\alpha$  deutet auf die grundsätzlich günstige Tiefpaßfilterung hin. Dieses Verhalten läßt sich durch zwei Bemerkungen erläutern:

- Der Grad der Unsicherheiten sinkt stark im niederfrequenten Bereich, wovon die Bilder 5.7 und 5.4 zeugen. Demzufolge ist das Vertrauen in das Modell groß und die Invertierung erfolgt mit einer großen Genauigkeit. Da  $T_{WU}$  im oberen Frequenzbereich sehr klein ist, werden die schnellen Änderungen, die sehr unsicher sind, unterdrückt.
- Die Tiefpaßfilterung  $T_{WU}$  begünstigt an sich die Filterung, weil sie einer Mittelwertbildung entspricht. Bekannterweise steigt die Zuverlässigkeit einer Testhypothese für eine Systemänderung mit der Länge der benutzten Zeitfenster (vgl. BASSEVILLE und NIKIFOROV [BN99]). Durch die Herabsetzung der Eckfrequenz wird genau dies erreicht.

Die steile Veränderung des Genauigkeitsfaktors  $\alpha$  unterhalb 1.25  $rad/s$  (0.2  $Hz$ ) weist auf die Bedeutung des zweiten Aspekts hin. Der Vergleich mit den charakteristischen Frequenzen für eine Erhöhung des Unsicherheitsgrades (vgl. Bild 5.7 und 5.4) zeigt einen Unterschied von mindestens zwei Größenordnungen. Dementsprechend ist die Unsicherheitserhöhung im hohen Frequenzbereich nicht relevant, um Bild 5.12 zu beurteilen. Jedoch zeigt das Verhalten im höheren Frequenzbereich, daß die Unsicherheit die Genauigkeit ebenfalls beeinflusst. Auf dem linken Teil vom Bild 5.12 erkennt man bei  $\omega_{WU} = 7 \text{ rad/s}$  einen Knickpunkt, den die Unsicherheit  $W_{mot}$

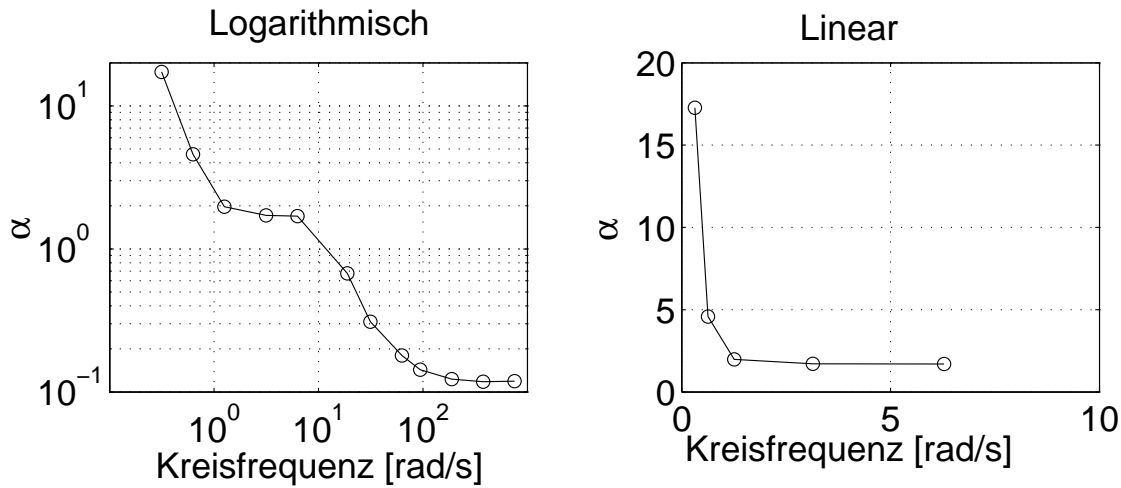


Abbildung 5.12: Genauigkeitsfaktor  $\alpha$  über die Eckfrequenz  $\omega_{WU}$

hervorrufen (vgl. Bild 5.7). Hingegen ist der Einfluß von  $W_{ddv}$  bei  $\omega_{WU} \simeq 100 \text{ rad/s}$  (vgl. Bild 5.4) nicht deutlich zu erkennen. Der Anstieg der Amplitude ist aber weniger ausgeprägt als die von  $W_{mot}$ , und der Faktor  $\alpha$  ist ohnehin in diesem Bereich schon sehr niedrig.

Zur Beurteilung der Robustheit werden Entwürfe herangezogen, die keine Unsicherheit berücksichtigen. Diese dienen als Referenz eines herkömmlichen Residuungenerators, der auf einer Beobachterstruktur beruht. Die Entwurfswerkzeuge können jedoch weiterhin genutzt werden, mit dem einzigen Unterschied, daß die Unsicherheiten  $W_{mot}(s)$  und  $W_{ddv}(s)$  Null gesetzt werden.

Interessant ist der Verlauf des Genauigkeitsfaktors  $\alpha$  in dieser Konfiguration. Diesen zeigt Bild 5.13. Ein Anstieg des Genauigkeitsfaktors ist zu verzeichnen, entsprechend der vorherigen Betrachtung in Bezug auf den positiven Effekt einer Tiefpaßfilterung für das Detektionsfilter.

Im Bild 5.13 fällt zum einen auf, daß die erreichten Werte für  $\alpha$  deutlich höher liegen, als im Bild 5.12. Dies war insofern zu erwarten, als die Anforderung an das Filter durch die nicht berücksichtigten Unsicherheiten zurückgehen. Zum anderen kann erst bei  $\omega_{WU} = 30 \text{ rad/s}$  ein Knickpunkt erkannt werden. Die Filterung durch das Streckenmodell, das in der Tat das Detektionsfilter beinhaltet, impliziert eine schwache Übertragung der Anregungen oberhalb der Eckfrequenzen, so daß das Signal am Ausgang der Strecke vernachlässigbar klein wird. Das Filter muß dann ohne dieser Information auskommen, was eine Abschwächung der Genauigkeit impliziert.

Bild 5.13 stellt die obere Grenze für die Genauigkeit des Detektionsfilters dar, die im Entwurf bei der Erkennung unrealistischer Anforderungen helfen kann. Zum Beispiel kann dem Bild 5.13 entnommen werden, daß oberhalb einer Frequenz von ca.  $120 \text{ rad/s}$  ein Fehler größer als 1 % erreicht wird.

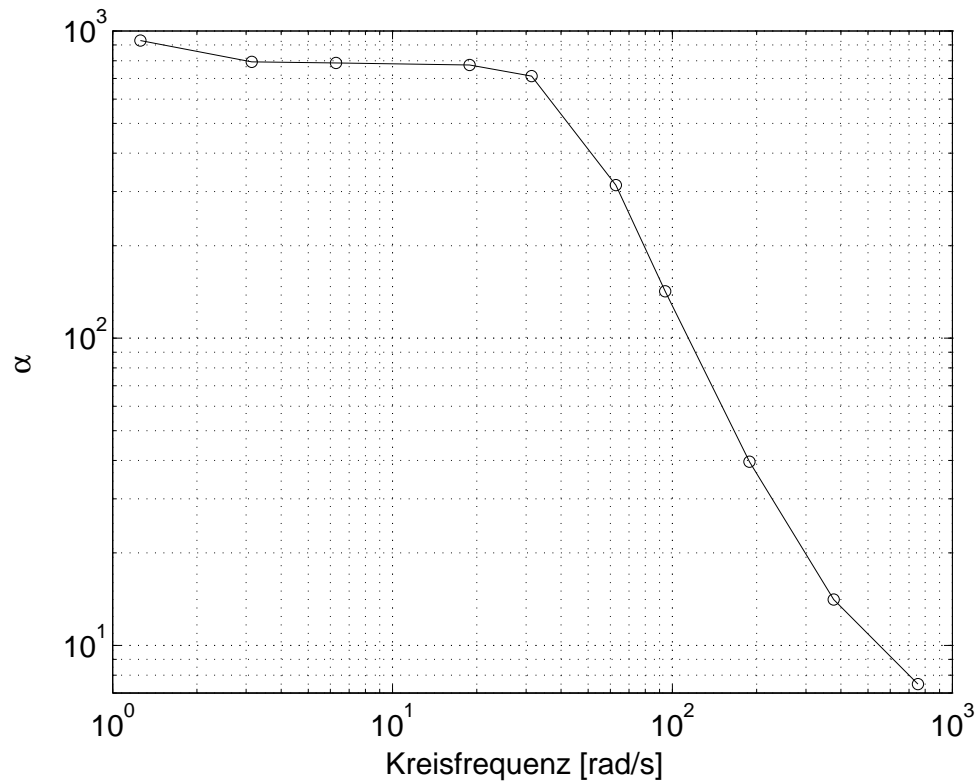


Abbildung 5.13: Genauigkeitsfaktor  $\alpha$  über die Eckfrequenz  $\omega_{WU}$  für das nominelle Modell

### 5.4.2 Analyse der Ergebnisse

#### Residuumverhalten bei fehlerfreier Anregung

Die Filtersynthese hat auf einen optimalen  $\mu$ -Wert von Eins gezielt, so daß die robuste Performance laut den vorgegebenen Anforderungen gewährleistet ist. Mit anderen Worten sichert jeder Entwurf eine minimale Übertragung zwischen den freien Anregungen und dem Fehlersignal  $e_e$  für alle durch  $W_{mot}$  und  $W_{ddv}$  beschreibaren Unsicherheiten. Zur Interpretation der Güte soll der Kehrwert des Faktors  $\alpha$  herangezogen werden.

Zur Analyse der entworfenen Filter werden Messungen am Prüfstand genutzt, die beispielhafte Anregungen darstellen. Eine für den realen Betrieb repräsentative Anregung ist wünschenswert, um realistische Einsatzbedingungen für das entwickelte System nachzubilden. Jedoch weisen solche Signale am Ventil nur einen sehr kleinen Amplitudenbereich auf. Außer für kurzfristige Stellvorgänge des Kolbens soll der Regelkreis hauptsächlich die externen Störungen wie Windböen ausregeln. Demzufolge wird das im Kaskadenregelkreis eingebettete Ventil vorwiegend um seinen Nullpunkt betrieben. Die Nachbildung der Ausregelung ist nicht trivial, da keine dynamische äußere Last am Prüfstand zur Verfügung steht. Außerdem ist zur Beurteilung der Robustheit der Detektionsfilter wichtig, daß eine möglichst große Anzahl

der Betriebspunkte angeregt wird. Dies wird durch eine vorgegebene Anregung des gesamten Arbeitsbereichs, sowohl in Amplitude als auch im Spektrum erreicht.

Ein breitbandiges Rauschen wurde mit Hilfe der Funktion „Band-Limited-White-Noise“ im Softwarepaket MATLAB/SIMULINK generiert. Ähnlich zu einer PRBS-Anregung besitzt dieses Signal ein konstantes Leistungsdichtespektrum über den durch seine doppelte Abtastrate  $2 \cdot f_a$  begrenzten Frequenzbereich. Im Gegensatz zum PRBS variiert aber die Amplitude des Signals, so daß eine Anregung verschiedener Arbeitspunkte erzielt werden kann. Zum einen wurde die Änderungsrate auf  $T_a = 1 \text{ ms}$  gesetzt, so daß das erzeugte Signal ein konstantes Dichtespektrum bis  $500 \text{ Hz}$  ( $3140 \text{ rad/s}$ ) besitzt. Diese Frequenz liegt weit über den charakteristischen Eckfrequenzen der Strecke. Alle Eigenformen des Systems werden somit angeregt. Zum anderen wurde ein zweites Rauschen mit der Änderungsrate  $T_a = 10 \text{ ms}$  (Eckfrequenz  $50 \text{ Hz}$  oder  $314 \text{ rad/s}$ ) eingesetzt. Mit diesem Signal wird vorwiegend die langsamste Eigenform der Strecke angeregt. Die Amplitude beider Signale wurde über den gesamten Arbeitsbereich skaliert. Somit kann der Einfluß der Nichtlinearitäten analysiert werden. Der linke Teil von Bild 5.14 zeigt beide Anregungen für die maximale Amplitude, die zur Abdeckung des gesamten Arbeitsbereichs mit  $I_{soll} = \pm 10 \text{ V}$  gewählt worden ist. Zur besseren Anschauung wurde ein Abschnitt von  $0.1 \text{ s}$  abgebildet, wobei die reale Anregung  $8 \text{ s}$  dauert. Der rechte Teil zeigt eine numerische Approximation der entsprechenden Leistungsdichtespektren.

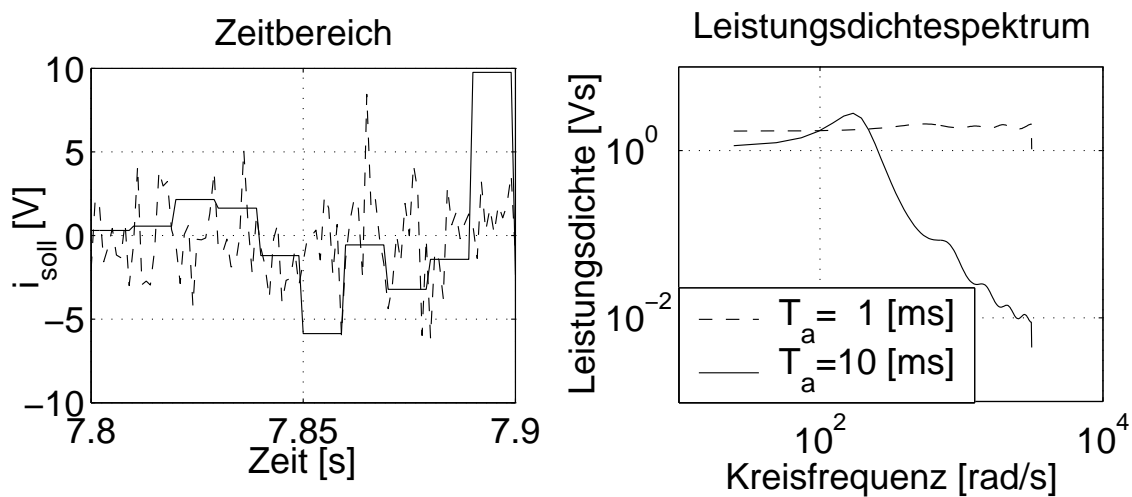


Abbildung 5.14: Weißes Rauschen ähnliche Anregung mit  $T_a = 1 \text{ ms}$  und  $T_a = 10 \text{ ms}$

Um das Detektionsfilter zu testen, wurden Fehler mit variabler Amplitude auf die Anregung und zu den Meßwerten addiert. Diese Fehler wurden per Software eingeführt. Im Falle eines Aktorfehlers bekommt das Detektionsfilter die nicht verfälschte Eingangsspannung aus dem digitalen Regler. Bild 5.15 faßt die Ausgangslage zusammen, wobei das graue Rechteck „Hardware“ die am Prüfstand zur

Ansteuerung und als Meßwerte gewonnenen Signale beinhaltet. Der Aktorfehler  $f_a$  wird noch vor der Signalverstärkung auf die für den Filter relevante Grundanregung  $I_{soll}$  addiert. Am Ausgang wird zu dem gemessenen Hub  $y_m$  ein Fehler  $f_s$  vor dem Eingang in das Filter hinzugefügt.

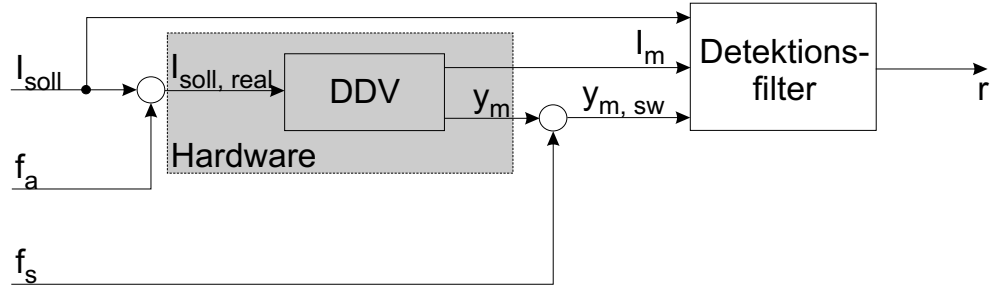


Abbildung 5.15: Struktur der Messanlage zur Fehlersimulation

Die Beurteilung der Robustheit anhand exemplarischen Anregungen ist schwierig, weil keine Garantie existiert, die *worst case*-Bedingungen zu treffen. Zudem reagieren verschiedene Detektionsfilter nicht gleich auf dieselben Frequenzanteile bzw. Amplituden der gewählten Anregung. Demzufolge kann nicht eine genaue Zuordnung zwischen dem maximalen Fehler und dem Kehrwert von  $\alpha$  erwartet werden.

Jedoch ermöglicht die Beobachtung der Residuen in Abhängigkeit der Filtereckfrequenz eine qualitative Beurteilung der Genauigkeit. Zu diesem Zweck sollen vorerst Versuche betrachtet werden, die keinen Fehler beinhalten, so daß ein Residuum um Null erwartet wird. Die erwartete Genauigkeit wurde im voraus durch die Angabe des Genauigkeitsfaktors  $\alpha$  angegeben. Zur Feststellung der tatsächlichen Genauigkeit sollen  $\|e_e\|_2$  und  $\|\mathbf{d}\|_2$  anhand der gemessenen und berechneten Signale gebildet werden. Es gilt für die Berechnung dieser Signalnormen, die die während des Zeitintervalls enthaltene, mittlere Energie des Signals darstellen (vgl. MAX [Max85]):

$$(5.14) \quad \|\mathbf{d}\|_2 = \sqrt{\frac{1}{T_m} ((f_a)^T \cdot f_a + (f_s)^T \cdot f_s + (I_{soll})^T \cdot I_{soll} + (r_y)^T \cdot r_y)}$$

$$(5.15) \quad \|e_e\|_2 = \sqrt{\frac{1}{T_m} ((r(1) - f_a)^T \cdot (r(1) - f_a) + (r(2) - f_s)^T \cdot (r(2) - f_s))}$$

wobei  $r(1)$  und  $r(2)$  die beiden Komponenten des Residuumvektors und  $T_m$  die Dauer der Messung bezeichnen. Zur Berechnung dieser Normen fehlt das Rauschen  $r_y$ , das nicht von den Meßwerten getrennt werden kann. Es wird deshalb nicht berücksichtigt. Bild 5.16 zeigt das Ergebnis dieser Auswertung bei einer fehlerfreien Anregung, also mit  $f_a = 0$  und  $f_s = 0$ . Entsprechend der Erwartung sind die realen Genauigkeitsfaktoren höher als das im Entwurf berechnete  $\alpha$ , was dafür spricht, daß das im Entwurf berücksichtigte Unsicherheitsniveau in diesem Beispiel nicht erreicht worden ist. Zudem ist der Verlauf der Kurven zumindest bei niedrigen Frequenzen

vergleichbar. Schließlich ist die Genauigkeit höher bei der hochdynamischen Anregung. Hierbei erkennt man den Einfluß der niedrigeren Leistungsdichte bei kleinen Frequenzen, die eine kleinere Anregung der Nichtlinearitäten hervorruft.

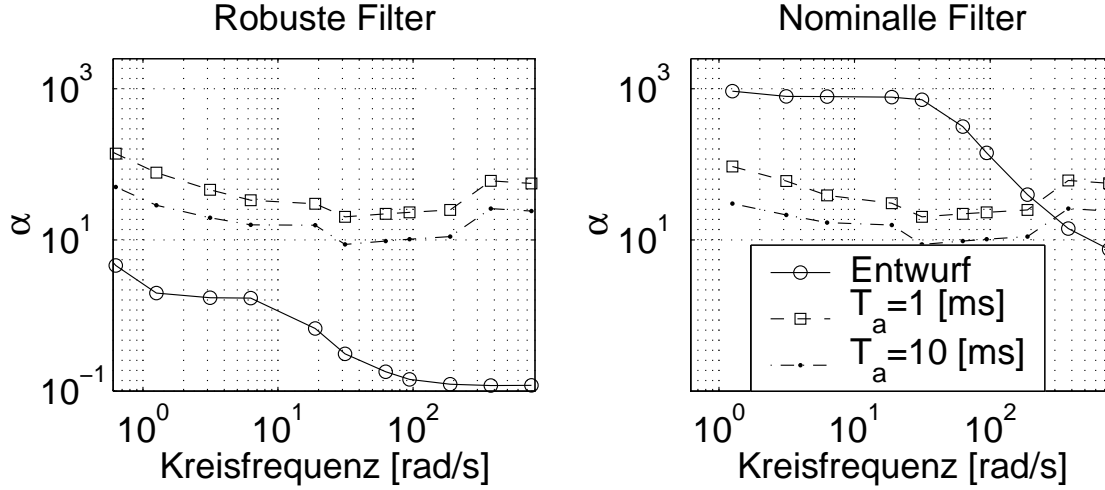


Abbildung 5.16: Genauigkeitsfaktor  $\alpha$  aus der Messung im Vergleich zum Entwurf

Der rechte Teil von Bild 5.16 zeigt im Vergleich das Verhalten der Filter, die ohne Berücksichtigung der Unsicherheiten entworfen worden sind. Die Verläufe sind zwar ähnlich, es treten jedoch zwei große Unterschiede hervor:

- Die aus dem Entwurf berechneten Genauigkeitsfaktoren werden im Allgemeinen nicht eingehalten. Dies konnte man insofern erwarten, als die Effekte der Nichtlinearitäten in dieser Abschätzung nicht eingeflossen sind. Durch den Umkehrschluß schließt man auf die erfolgreiche und notwendige Erfassung der Unsicherheiten im linken Teil vom Bild 5.16.
- Der Vergleich der mit Hilfe der Messung berechneten Genauigkeitsfaktoren  $\alpha_{\text{Messung}}$  weist nur sehr geringe Unterschiede zwischen den robusten und nominalen Filtern auf. Dieser Umstand ist negativ zu bewerten. Die aufwendige Modellierung für einen robusten Entwurf bringt effektiv nur einen geringen Vorteil für die Dämpfung der Unsicherheiten. Als einziger Vorteil für die robuste Methode bleibt die bessere Vorhersage des Genauigkeitsfaktors (vgl. obige Bemerkung).

Ergänzend zu der Betrachtung der quadratischen Mittelwerte der Residuen wird der zeitliche Verlauf zwischen den verschiedenen Detektionsfiltern verglichen. Bild 5.17 zeigt die beiden Residuen für ausgewählte Eckfrequenzen der Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$  bei der Anregung mit der Änderungsrate  $T_a = 1 \text{ ms}$ . Die Betrachtung aller Frequenzen  $\omega_{WU}$  würde ein ähnliches Verhalten für:

- $\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$  und  $\omega_{WU} = 377 \text{ rad/s}$ ,



- $\omega_{WU} = 95 \text{ rad/s}$  und  $\omega_{WU} = 188 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{WU} = 62 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{WU} = 31 \text{ rad/s}$ ,
- $\omega_{WU} = 6.2 \text{ rad/s}$  und  $\omega_{WU} = 3.1 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{WU} = 1.6 \text{ rad/s}$
- $\omega_{WU} = 0.6 \text{ rad/s}$  und  $\omega_{WU} = 0.3 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{WU} = 1.25 \text{ rad/s}$

zeigen, weshalb auf die zusätzlichen Darstellungen verzichtet worden ist. Bild 5.18 stellt die gleichen Residuen für den Fall eines Rauschens mit der Änderungsrate  $T_a = 10 \text{ ms}$  dar. Auch hier wurde die Abbildung auf die gleichen repräsentativen Fälle beschränkt.

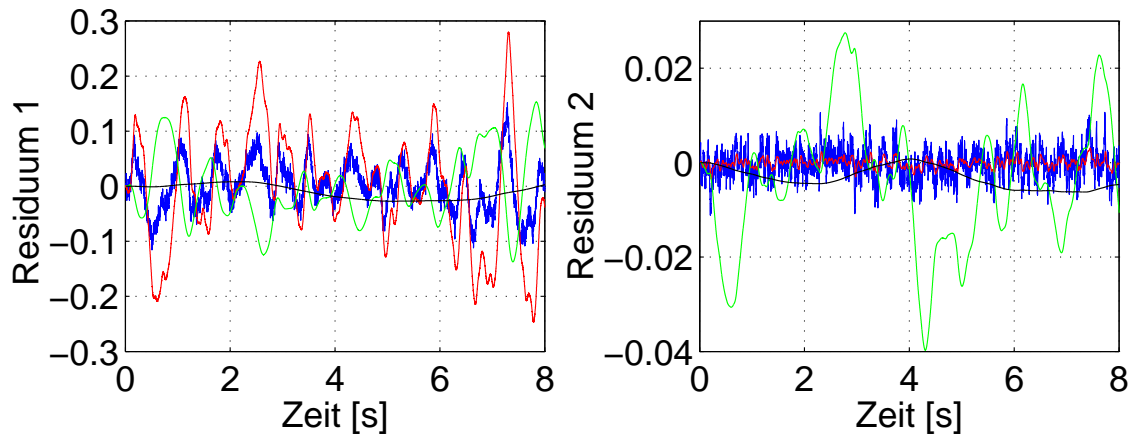


Abbildung 5.17: Residuen bei Anregung  $T_a = 1 \text{ ms}$  - blau:  $\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$ ; rot:  $\omega_{WU} = 95 \text{ rad/s}$ ; grün:  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$ ; schwarz:  $\omega_{WU} = 0.62 \text{ rad/s}$

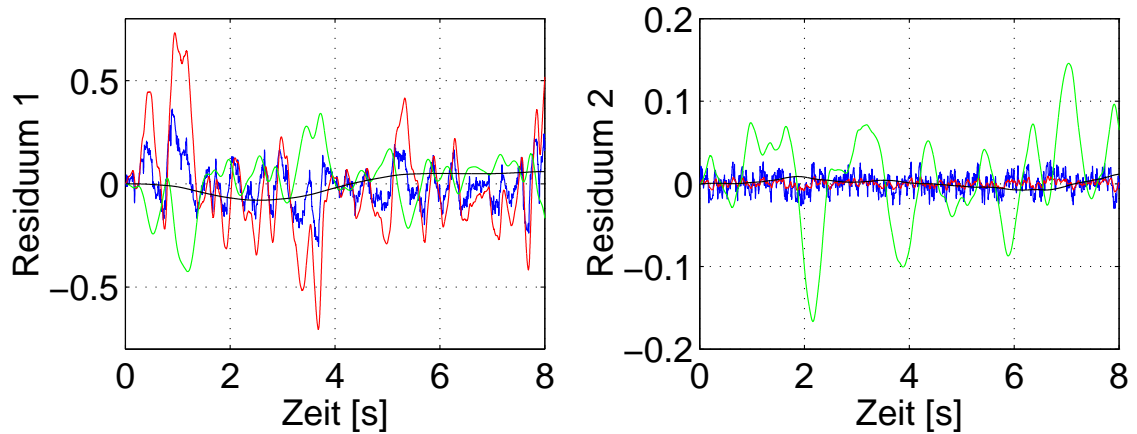


Abbildung 5.18: Residuen bei Anregung  $T_a = 10 \text{ ms}$  - blau:  $\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$ ; rot:  $\omega_{WU} = 95 \text{ rad/s}$ ; grün:  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$ ; schwarz:  $\omega_{WU} = 0.62 \text{ rad/s}$

Qualitativ findet man das im Bild 5.16 schon erkannte Verhalten im ersten Residuum wieder:

- Bei mittleren Kreisfrequenzen  $\omega_{WU}$  (rotes Signal) nimmt das Residuum die größten Werte an, während im hohen Frequenzbereich (in blau) und bei ca.  $3 \text{ rad/s}$  (in grün) in etwa das gleiche niedrigere Niveau erreicht wird.

- die sehr tiefen Frequenzen unterhalb  $1.25 \text{ rad/s}$  (schwarzes Signal) heben sich deutlich in der Genauigkeit ab; das Residuum bleibt deutlich kleiner.
- das Rauschen mit der charakteristischen Änderungszeit  $T_a = 10 \text{ ms}$  verursacht ein stärkeres Residuum.

Das zweite Residuum weist in Abhängigkeit der Kreisfrequenz  $\omega_{WU}$  ein anderes Verhalten auf:

- Die mittleren Kreisfrequenzen  $\omega_{WU}$  (rotes Signal) zeigen das günstigste Verhalten, gefolgt von den hohen Kreisfrequenzen (in blau).
- Die sehr tiefen Kreisfrequenzen (schwarz) weisen zwar ein ruhigeres Verhalten auf, haben jedoch ca. die gleiche maximale Abweichung wie die hohen Frequenzen.
- Die kleinen Frequenzen (in grün) weisen ein deutlich größeres Residuum auf als alle andere.
- Das Verhalten ist nur beschränkt abhängig von der charakteristischen Änderungsperiode der Anregung  $T_a$ .

Diese Unterschiede lassen sich deshalb beobachten, weil die absoluten Werte des zweiten Residuums, insbesondere bei hohen Eckfrequenzen der Wunschübertragungsfunktion, deutlich kleiner ausfallen als die des ersten Residuums. Demzufolge hat es keinen dominanten Einfluß in der Berechnung von  $\|e_e\|_2$  (vgl. Gl. 5.15). An dieser Stelle wird festgestellt, daß eine Unterscheidung beider Residuen in der Auswertung wünschenswert ist. Bei dem Entwurf wurde zwar eine Struktur angestrebt, die eine parallele Optimierung der beiden Residuen nach unterschiedlichen Zielen ermöglicht. Es erweist sich jedoch, daß ein einziges Kriterium zur Auswertung beider Residuen kein optimales Ergebnis ergibt. Die Empfindlichkeiten sind dafür zu unterschiedlich. Zudem ist es eventuell günstiger, zwei Detektionsfilter mit verschiedenen Wunschübertragungsfunktion einzusetzen.

Als zusammenfassende Feststellung wird nur beschränkt ein Zusammenhang zwischen dem durch den Faktor  $\alpha$  vorhergesagten Genauigkeitsgrad und dem Fehler in der Residuumberechnung festgestellt. Eine mögliche Ursache liegt darin, daß die Unsicherheitsbeschreibung einen Zustandsraum aufspannt, der größer ist, als der tatsächlich erreichbare. Der Entwurf ist konservativ. Als Folge dieses Schlusses wird nicht nach einer einzigen, an  $\alpha$  gebundenen Fehlerschwelle gesucht. Statt dessen werden zwei unabhängige Kriterien zur Fehlerentscheidung vorgeschlagen, die sich auf die berechneten Residuen stützen.

### Festlegung der Fehlerschwelle

Die Fehlerschwelle wird in Bezug auf die Amplitude der Anregung gewählt, weil die Residuen darauf empfindlich sind. Bild 5.19 zeigt den Einfluß der Amplitude von  $I_{soll}$  auf die Residuen. Hierzu wurde die Grundanregung, die im Bild 5.14 dargestellt worden ist, durch den Skalierungsfaktor  $K_{amp}$  multipliziert. Für dieses Beispiel wurden die Anregung mit der Änderungsrate  $T_a = 10 \text{ ms}$  und das Detektionsfilter mit einer Eckfrequenz von  $6.28 \text{ rad/s}$  ausgewählt.

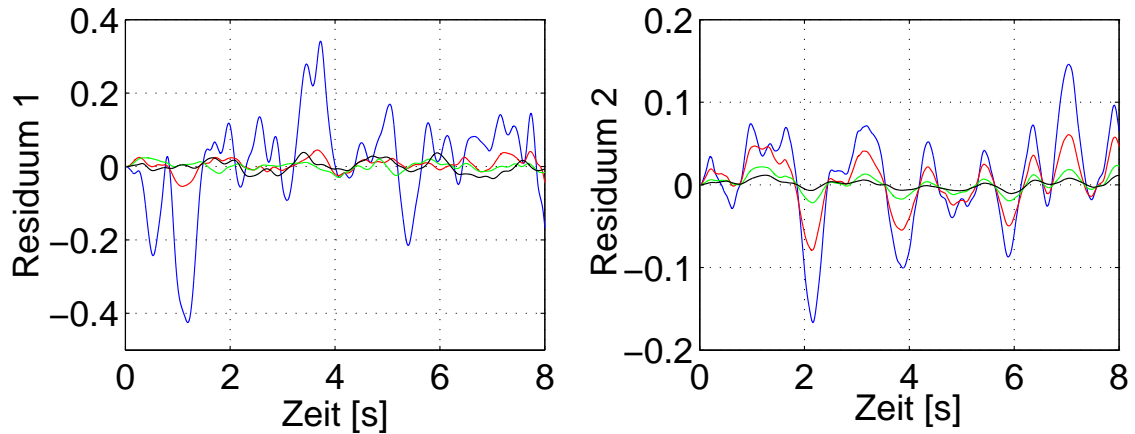


Abbildung 5.19: Anregung  $T_a = 10[\text{ms}]$ , Detektionsfilter  $\omega_{WU} = 6.2[\text{rad/s}]$  - blau:  $K_{amp} = 1$ ; rot:  $K_{amp} = 0.5$ ; grün:  $K_{amp} = 0.2$ ; schwarz:  $K_{amp} = 0.1$

In Bild 5.19 weist das zweite Residuum eine zur Amplitude der Anregung etwa proportionale Änderung auf. Hingegen ist, abgesehen von der maximalen Anregung  $K_{amp} = 1$ , eine bessere Robustheit im ersten Residuum zu verzeichnen, insofern als die Größe des Residuums unabhängig von der Anregung ist.

Durch eine adaptive Fehlerschwelle (vgl. DING [Din92]) kann eine weitere Verbesserung der Robustheit und der Empfindlichkeit erzielt werden. Die Fehlerentscheidung wird somit an den Betriebspunkt angepaßt.

Die einfache Lösung besteht darin, die in der Anregung enthaltene Energie laut Gl. 5.14 heranzuziehen. Sie setzt aber die Kenntnis von  $\|d\|_2$  voraus, was in Realität nicht möglich ist. Statt dessen kann eine adaptive Fehlerschwelle eingeführt werden, die auf einem lokalen Mittelwert der Energie beruht:

$$(5.16) \quad \|\mathbf{d}\|_2 \simeq \|\mathbf{d}\|_{2, \text{Approx}} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} (\mathbf{d}(t))^T \mathbf{d}(t) dt}.$$

$t_0 + \tau$  ist der Zeitpunkt der letzten Messung, und  $\tau$  stellt das Zeitfenster dar, das zur Mittelwertbildung berücksichtigt wird. In der Praxis kann  $\tau$  als weiterer Parameter zur Berücksichtigung der dynamischen Anteile der Anregung benutzt werden und kann ein Gewinn an Robustheit mit sich bringen (vgl. DING [Din92]). Bild 5.20 zeigt für die beiden Anregungen das Ergebnis einer Mittelwertbildung mit einem

Zeitfenster von  $\tau = 0.5 \text{ s}$  ( $\|\mathbf{d}\|_{2, \text{Approx}}$ ), entsprechend 500 Meßwerten, in Vergleich zu den exakten Werten ( $\|\mathbf{d}\|_2$ ). Das relativ lange Zeitfenster, das zur Speicherung von 500 Werten zwingt, ist jedoch unabdingbar, um die dynamischen Änderungen ausreichend zu filtern.

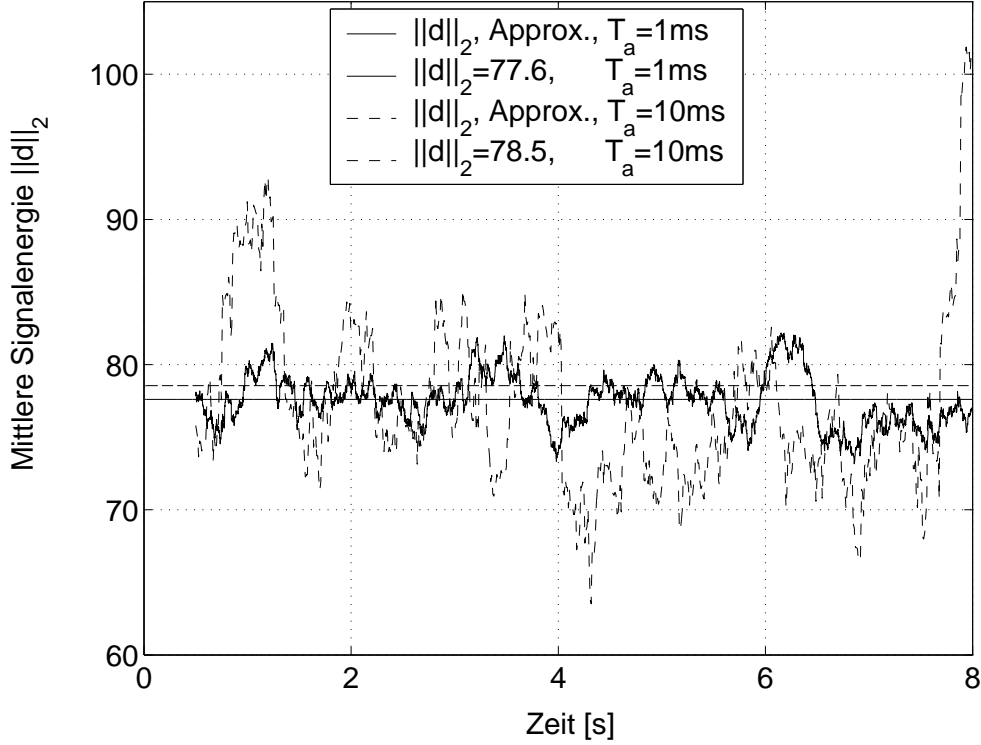


Abbildung 5.20: Ermittlung einer Approximation für  $\|\mathbf{d}\|_2$

Dieses Signal muß noch so skaliert werden, daß es zur Fehlerentscheidung benutzt werden kann. Zwei widersprüchliche Eigenschaften soll es gewährleisten:

- Genug Abstand zum unsicheren Bereich um Null aufweisen, so daß keine Fehlalarme auftreten.
- Nah genug am fehlerfreien Residuum bleiben, so daß möglichst kleine Fehler noch erkannt werden.

Der Skalierungsfaktor wird teils empirisch aus den bisherigen Beobachtungen, teils theoretisch begründet. Der Faktor wird im voraus und anhand des fehlerfreien Verhaltens jedes Filters berechnet. Somit wird seine praktische Anwendbarkeit gewährleistet. Er läßt sich durch drei Anteile beschreiben:

- Das erste Element ist spezifisch für die Anregung. Das Verhältnis zwischen der in der Anregung enthaltenen Energie  $\|\mathbf{d}\|_{2, \text{Approx}}$  und der Amplitude der Anregung  $I_{\text{soll}}$  wird im Faktor  $sk_1$  berücksichtigt:

$$(5.17) \quad sk_1 = \frac{\|\mathbf{d}\|_2}{\max |I_{\text{soll}}|}$$

Dieser Faktor wird einmal anhand der Anregung mit der Änderungszeit  $T_a = 10 \text{ ms}$  und der maximalen Amplitude festgelegt. Diese wurde gewählt, weil sie offensichtlich größere Ansprüche an das Detektionsfilter stellt (vgl. Bild 5.17 und Bild 5.18). In der Praxis könnte durch Variation der Anregung eine breitere Absicherung gewährleistet werden. In dieser Arbeit wird lediglich einer Querprüfung mit anderen Signalarten nachgegangen.

- Das zweite Element hängt sowohl vom Filter, als auch vom Residuum ab. Dieses Verhältnis zwischen den maximalen Amplituden der Anregung  $I_{soll}$  und der Residuen  $\mathbf{r}(1)$  und  $\mathbf{r}(2)$  stellt die eigentliche empirische Einstellung des Genauigkeitsfaktors dar.  $\alpha$  hat sich in den bisherigen Beobachtungen als ungeeignet erwiesen, weil dieser Faktor zu konservativ ist und weil er global für die beiden Residuen gilt. Deshalb wird direkt aus der im fehlerfreien Fall ablesbaren Dämpfung der Anregung im Residuum einen Genauigkeitsgrad  $sk_2$  ermittelt:

$$(5.18) \quad sk_{2,1/2} = \frac{\max |I_{soll}|}{\max |\mathbf{r}(1/2)|}$$

Dieser Faktor wird für jede Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$  ermittelt, sowie für jedes Residuum. Somit werden die durch den Faktor  $\alpha$  beschriebenen Abhängigkeiten, die Bild 5.12 nur global darstellt, berücksichtigt. Die zugrundeliegende Anregung bleibt die mit der Änderungsperiode  $T_a = 10 \text{ ms}$  aus dem für die Bestimmung von  $sk_1$  genannten Grund.

- Ein Sicherheitsfaktor  $sk_3$  wird eingeführt. Die am Beispiel einer Anregung berechneten Schwellen bieten keine Garantie an, daß bei jeder Anregungsform das Residuum diesem Wertebereich einhält. Der Faktor  $sk_3$  wird auf 2 gelegt, um diesem Aspekt Rechnung zu tragen.

Zur Beurteilung dieser Definition der Fehlerschwelle wird in einem ersten Schritt die Fehlalarmrate ermittelt. Hierzu dienen ausschließlich fehlerfreie Konfigurationen. Zum einen richtet sich die Untersuchung auf die beiden bisherigen Anregungen, wobei die Amplitude über  $K_{amp}$  variiert wird. Zudem werden weitere Anregungen in Betracht gezogen, die eine Querprüfung mit unterschiedlichen Bedingungen ermöglichen. Freilich ist keine vollständige Abdeckung möglich. Jedoch scheint diese Ergänzung, ähnlich zur klassischen Validierung eines Modells mit unabhängigen Daten, eine wertvolle Beurteilung des Systems „Residuum+Fehlerschwelle“ zu bieten. Ergänzend zu den beiden Basisanregungen werden zwei weitere breitbandige Anregungen mit unterschiedlichen Eckfrequenzen sowie drei periodische Standardsignale (Sinus, Rechteck und Sägezahn) mit jeweils zwei unterschiedlichen Periodendauern betrachtet. Für jedes Signal werden vier Amplituden entsprechend dem Verstärkungsfaktor  $K_{amp}$  eingesetzt. Schließlich werden die 4 repräsentativen Detektionsfilter appliziert. Die Tabelle 5.1 faßt die Ergebnisse zusammen:

	Residuum 1	Residuum 2
<b>Rauschen</b> , $T_a = 1 \text{ ms}$	0	0
<b>Rauschen</b> , $T_a = 10 \text{ ms}$	0	0
Rauschen, $T_a = 40 \text{ ms}$	6.25	0
Rauschen, $T_a = 100 \text{ ms}$	0	25
Sinus, $f = 1 \text{ Hz}$	0	12.5
Sinus, $f = 21 \text{ Hz}$	0	0
Rechteck, $f = 1 \text{ Hz}$	0	12.5
Rechteck, $f = 21 \text{ Hz}$	0	0
Sägezahn, $f = 1 \text{ Hz}$	12.5	12.5
Sägezahn, $f = 21 \text{ Hz}$	18.75	12.5
Gesamt	3.75	7.5

Tabelle 5.1: Rate der fälschlichen Alarmer in Prozent

Für die beiden zur Auslegung betrachteten Anregungen beträgt die Fehlalarmrate 0 %. Die vorgegebenen Anforderungen werden somit eingehalten. Bei den weiteren Signalformen treten wenige Fälle einer falschen Alarmauslösung auf. Diese können durch eine konservativere Auswahl der Fehlerschwelle, die den Sicherheitsfaktor  $sk_3$  steuert, vermieden werden. Dies würde jedoch eine schlechtere Fehlerempfindlichkeit mit sich bringen. Die Auswahl der Fehlerschwelle wird im nächsten Abschnitt durch die Berücksichtigung dieses zweiten Aspekts abgeschlossen.

### Empfindlichkeit gegenüber Aktor- und Sensorfehlern

Schließlich soll noch das Gesamtsystem in seine Haupteigenschaft beurteilt werden: die Fähigkeit Aktor- und Sensorfehler zu entdecken und zu unterscheiden. In diesem Bezug ist das Verhalten der einzelnen Detektionsfilter, die sich in der Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$  unterscheiden, interessant. Die Betrachtung beschränkt sich weiterhin auf die 4 repräsentativen Eckfrequenzen  $\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{WU} = 95 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$  und  $\omega_{WU} = 0.63 \text{ rad/s}$ . Die bedeutenden Fragen sind zum einen die Schnelligkeit der Fehlerentdeckung und zum anderen die Zuverlässigkeit. Letzere lässt sich an dem Abstand zwischen Schwelle und Endwert des Residuums messen. Schließlich kann einer zutreffenden Aussage über den Fehlergrad auch eine große Bedeutung beigemessen werden. Diese Aspekte bilden die Kriterien zur Bewertung der Residuen.

Für eine qualitative Beurteilung des Verhaltens der verschiedenen Filter wird lediglich die breitbandige Anregung mit  $T_a = 10 \text{ ms}$  berücksichtigt. Diese bedeutet im Vergleich zum Fall  $T_a = 1 \text{ ms}$  ein größeres Residuum im fehlerfreien Zustand. Zudem wird das schwierigste *signal-to-noise*-Verhältnis aus Sicht des Detektionsfilters

gewählt: die maximale Amplitude für  $I_{soll}$  sowie ein relativ kleiner Fehler von ca. 12 % werden gewählt. Dies entspricht einem Aktorfehler von 1.2 V bzw. 0.168 A und einem Sensorfehler von 96  $\mu m$ . Aktor- und Sensorfehler treten immer bei  $t = 4$  s auf.

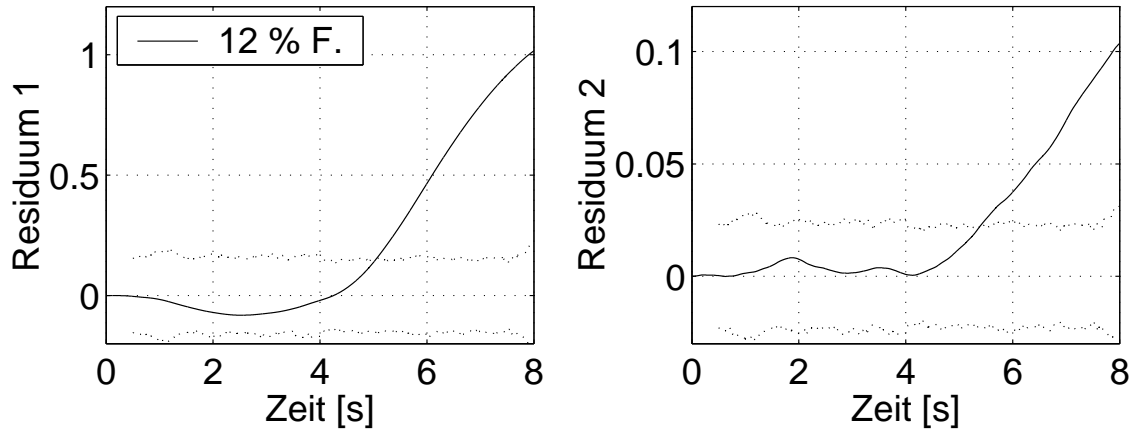


Abbildung 5.21: Aktorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 0.62 \text{ rad/s}$

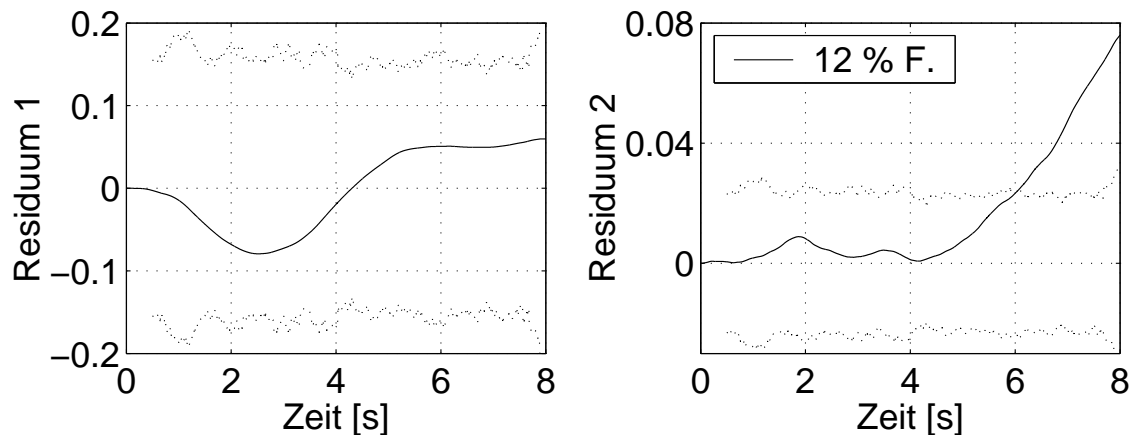


Abbildung 5.22: Sensorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 0.62 \text{ rad/s}$

Bild 5.21 zeigt die Auswirkung eines Aktorfehlers auf beide Residuen. Entgegen der Erwartung ist das Residuum 2 empfindlich auf diese Fehlerart. Die angestrebte Entkopplung ist nicht möglich. Dies liegt an den Unsicherheiten, die für den Hub eine derartige Größe annehmen, daß einer Trennung der Einflüsse nicht eindeutig sein kann. Durch eine theoretische Untersuchung ohne Berücksichtigung der Unsicherheiten konnte jedoch eine vollständige Entkopplung durch einen auf die beschriebene Struktur basierenden Entwurf bewiesen werden. Dies zeugt davon, daß die Synthese mit einer korrekten Formulierung des Problems durchgeführt worden ist.

Beide Residuen überschreiten die durch die gestrichelten Linien dargestellte Fehler-schwelle nach ca. 1 s und streben den Endwert an, jedoch ohne ihm in der 4 s lange Zeispanne zu erreichen. Insbesondere bei dem Residuen 1 kann ein  $PT_2$ -Verhalten

aufgrund eines Wendepunktes bei  $t = 6 \text{ s}$  erkannt werden. Nach ca.  $4 \text{ s}$  Fehleinprägung, also bei  $t = 8 \text{ s}$ , strebt der Gradient des Residuums gegen Null. Die Sprungantwort eines gut gedämpften  $PT_2$ -Gliedes weist diese Form nach einer charakteristischen Dauer von  $2.5 \text{ rad}$  (vgl. HAUTIER und CARON [HC97]), entsprechend einer Eigenfrequenz von:

$$(5.19) \quad \omega_0 = \frac{2.5}{4} = 0.62 \text{ rad/s}$$

Das dynamische Verhalten folgt also der Vorgabe der Wunschübertragungsfunktion  $T_{WU}$ .

Schließlich ist eine eindeutige Erkennung des Fehlers möglich, da das Residuum über den fünffachen Wert der Schwelle ausschlägt. Der genaue Endwert ist zwar noch nicht erreicht, jedoch wird die Größenordnung von  $1.2 \text{ V}$  eingehalten.

Bild 5.22 zeigt den Einfluß eines Sensorfehlers. Das Verhalten des zweiten Residuums hat sich nicht wesentlich verändert. Das erste Residuum ist aber unempfindlich gegenüber dem Sensordefekt. Dieses Residuum erfüllt die Vorgabe des Entwurfs, weil es seinen Wert dominant über den Strom festlegt, wofür keinen Fehler vorliegt. Die falsche Hubmessung beeinflusst wenig das Residuum, weshalb es bei dieser Fehlerart nicht ausschlägt.

Das zweite Residuum weist die gleichen statischen und dynamischen Eigenschaften auf, wie unter dem Einfluß eines Aktorfehlers. Somit erfüllt es die durch  $T_{WU}$  definierte Vorgabe und ermöglicht eine sichere Fehlerentdeckung und Fehlerisolation.

Daraus kann man schließen, daß dieses Detektionsfilter effizient und zuverlässig ist. Trotz der Empfindlichkeit des zweiten Residuums auf Aktorfehler erlaubt die Betrachtung beider Residuen eine eindeutige Fehlertrennung. Einziger Einwand ist die relativ lange Reaktionszeit, die im Sekundenbereich liegt.

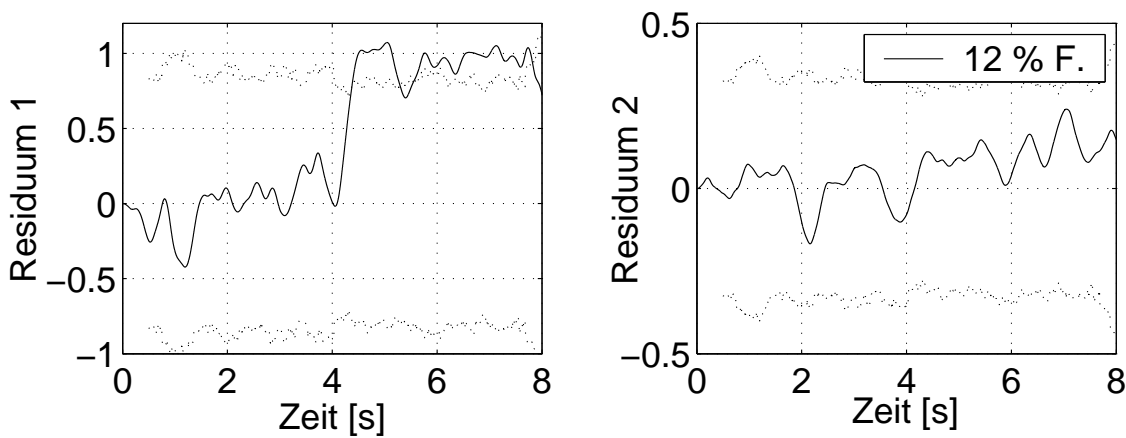


Abbildung 5.23: Aktorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$

Bild 5.23 zeigt die Residuen bei einem Aktorfehler für das Detektionsfilter mit der Eckfrequenz  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$ . Positiv kann verzeichnet werden, daß das zweite



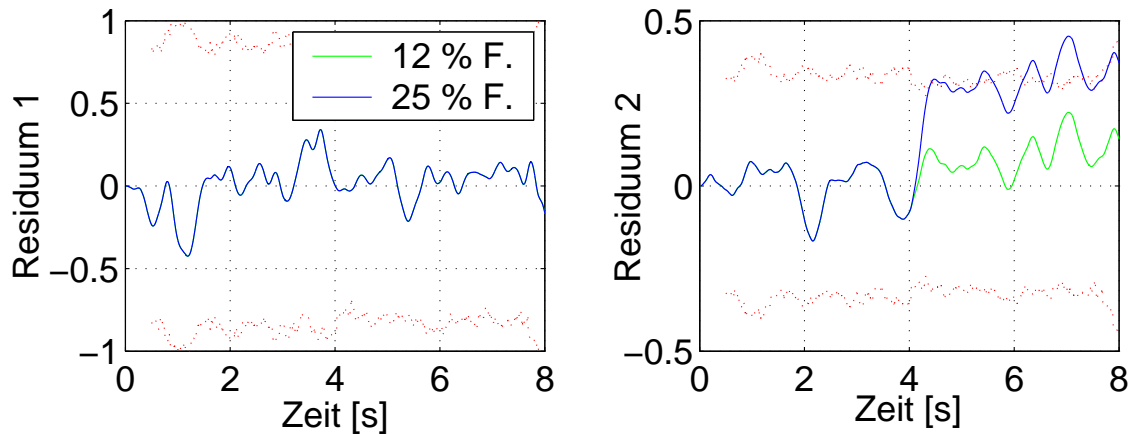


Abbildung 5.24: Sensorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$

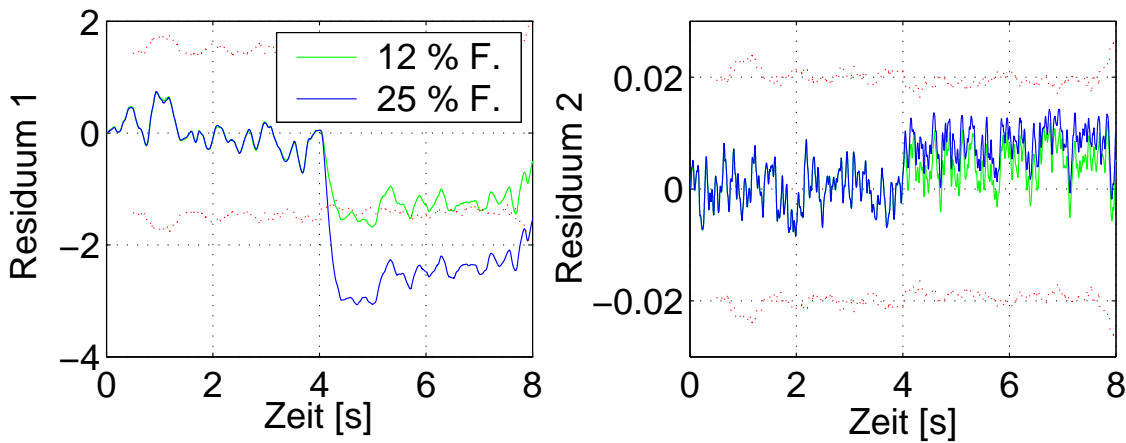
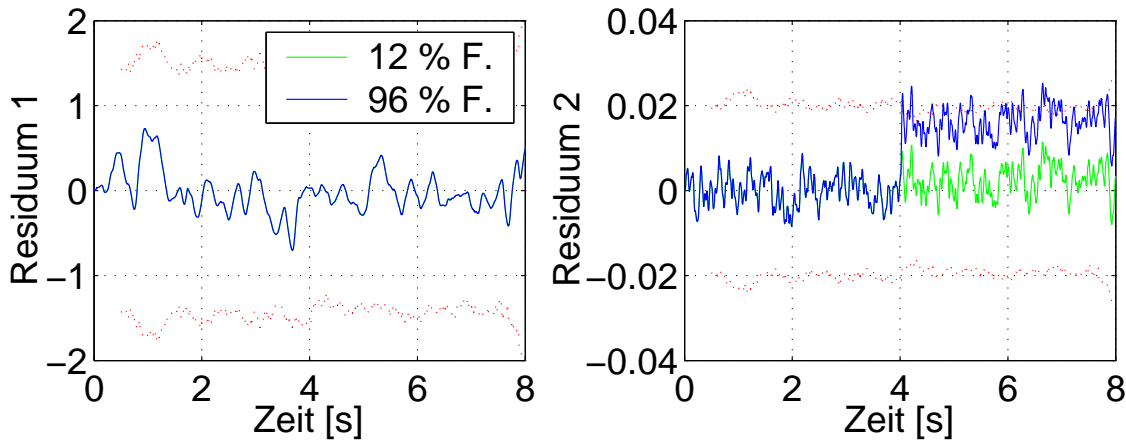
Residuum zwar auf den Aktorfehler geringfügig reagiert, aber nicht mehr die Fehlerschwelle überschreitet. Die Fehlerisolation ist demzufolge eindeutig. Die Betrachtung des ersten Residuums verdeutlicht die Ursache hierfür: das *signal-to-noise*-Verhältnis des Filters ist deutlich schlechter geworden, so daß dieses Residuum nur gerade noch die Fehlerschwelle erreicht. Die Zuverlässigkeit der Aussage ist dementsprechend niedriger. Dies ist der Preis, der für eine deutlich höhere Dynamik bezahlt wird. Nach ca. 0.5 s erreicht das Residuum seinen Endwert.

Die höhere Dynamik ermöglicht schon nicht mehr die Auslösung eines Fehleralarms im Fall eines 12 prozentigen Sensorfehlers (vgl. Bild 5.24, helle durchgezogene Linie). Es wurde ein zweites Residuum für einen Fehler von 25% des Hubes berechnet. Wieder reicht dieser Fehler gerade aus, um das zweite Residuum an die Fehlerschwelle zu bringen. Allerdings ist die Genauigkeit der Fehlerschätzung gut, da diese in der Tat ca. 0.35 mm beträgt. Das Einschwingverhalten ist ebenfalls an  $T_{WU}$  angepaßt. Das erste Residuum reagiert seinerseits robust auf die Änderung des Sensorfehlers. Die beiden Linien sind nahezu deckungsgleich.

Zusammenfassend stellt man fest, daß eine hohe Dynamik schon sehr große Fehleramplitude hervorruft, so daß keine zuverlässige Aussage über sehr kleine Fehler getroffen werden kann. Mit der für den Einsatz realistischen Eckfrequenz  $\omega_{WU} = 6.28 \text{ rad/s}$  können erst ein 12 prozentiger Aktorfehler und ein 25 prozentiger Sensorfehler erkannt werden.

Bild 5.25 zeigt das Verhalten des nächsten Detektionsfilters ( $\omega_{WU} = 95 \text{ rad/s}$ ) auf einen 12 prozentigen und einen 25 prozentigen Aktorfehler. Der zweite Fehlerfall wird betrachtet, weil die Empfindlichkeitsgrenze des ersten Residuums mit einem 12 prozentigen Fehler jetzt erreicht wird.

Zudem fällt der negative Ausschlag des Residuums auf, obwohl das Fehlervorzeichen nicht geändert wurde. Dies liegt daran, daß drei nichtphasenminimale Nullstellen in der Übertragungsfunktion zwischen  $I_{soll}$  und dem ersten Residuum auftreten. Als

Abbildung 5.25: Aktorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 95 [\text{rad/s}]$ Abbildung 5.26: Sensorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 95 \text{ rad/s}$ 

Folge ist die statische Verstärkung des Filters negativ. Der Betrag des Residuums entspricht jedoch der Größenordnung des eingprägten Fehlers.

Das zweite Residuum schlägt deutlich weniger aus, so daß hier kein Fehleralarm ausgelöst wird. Eine höhere Empfindlichkeit auf hochdynamische Anteile des Signals läßt sich auf den Frequenzgang der Übertragungsfunktion zwischen  $y_m$  und dem zweiten Residuum zurückführen.

Bild 5.26 zeigt die Residuen für den 12 prozentigen Sensorfehler und für einen Fehler, der 96 % vom Hub beträgt. Dieser sehr hohe Wert wird benötigt, damit das zweite Residuum die Fehlerschwelle erreicht, wobei der Betrag des zweiten Residuums nicht dem eigentlichen Fehler entspricht. Das erste Residuum bleibt unberührt vom Fehler.

Daraus kann man schließen, daß dieses Detektionsfilter für die Sensorfehler nicht einsetzbar ist. Der im Bild 5.26 deutliche Gewinn an Reaktionszeit führt zu großen Einbußen in der Genauigkeit. Die schlechte Schätzung der Fehleramplitude korreliert mit den vorherigen Beobachtungen. Im Bild 5.16 wurde ein Anstieg der Genauig-

keit an einem Zuwachs des Faktors  $\alpha$  mit  $\omega_{WU}$  festgestellt, obwohl das Gegenteil im Entwurf vorhergesagt wurde. Die Berechnung berücksichtigte aber nicht die Genauigkeit der Fehlerschätzung, die mit steigendem  $\omega_{WU}$  offensichtlich schlechter wird.

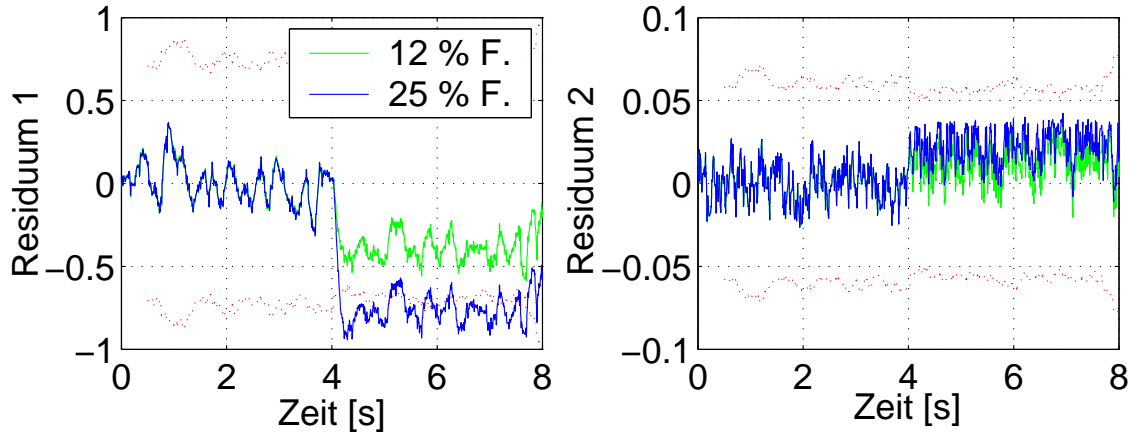


Abbildung 5.27: Aktorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$

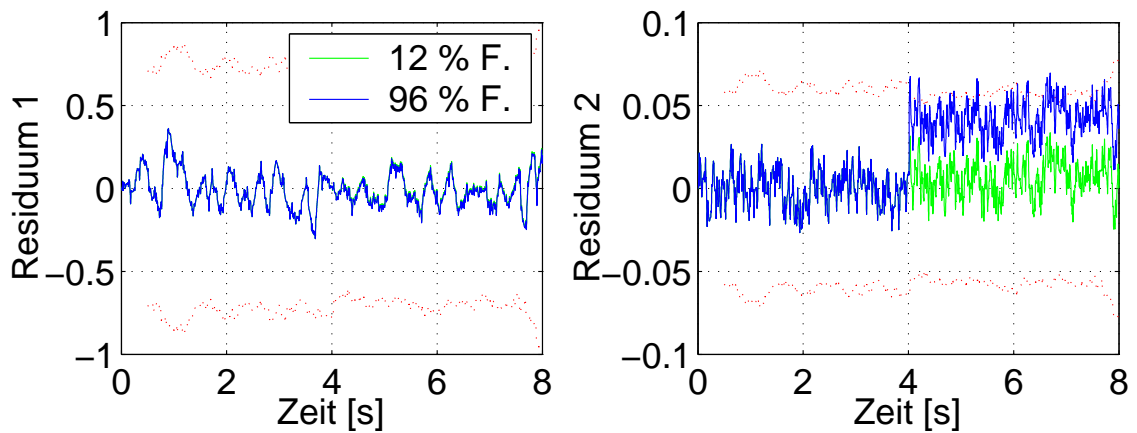


Abbildung 5.28: Sensorfehler, Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$

Die Bilder 5.27 und 5.28 weisen vergleichbare Ergebnisse für das letzte Detektionsfilter mit  $\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$  aus. Die Bedingungen bleiben die gleichen: die gestrichelten Residuen sind mit einem Aktorfehler von 25 % und einem Sensorfehler von 96 % der maximalen Amplituden erzeugt worden.

Am ersten Residuum kann man eine Erhöhung der Dynamik feststellen, die mit einer deutlichen Verschlechterung der Fehlerschätzung verbunden ist. Dies bestätigt die letzte Bemerkung in Bezug auf der im Entwurf berechneten Verkleinerung des Genauigkeitsfaktors  $\alpha$ . Der Aktorfehler reicht jetzt nicht mehr aus, um einen eindeutigen Fehleralarm auszulösen.

Durch Variation der Fehlergröße kann ein weiterer Einblick in der Genauigkeit der Fehlerschätzung verlieht werden. Bild 5.29 zeigt exemplarisch das jeweilige emp-

findliche Residuum für verschiedene Fehleramplituden. Die Aktorfehler betragen  $-4\text{ V}$ ,  $1.2\text{ V}$ ,  $2.4\text{ V}$  und  $8\text{ V}$ . Die Sensorfehler sind entsprechend groß, also  $-0.32\text{ mm}$ ,  $0.096\text{ mm}$ ,  $0.192\text{ mm}$  und  $0.64\text{ mm}$ .

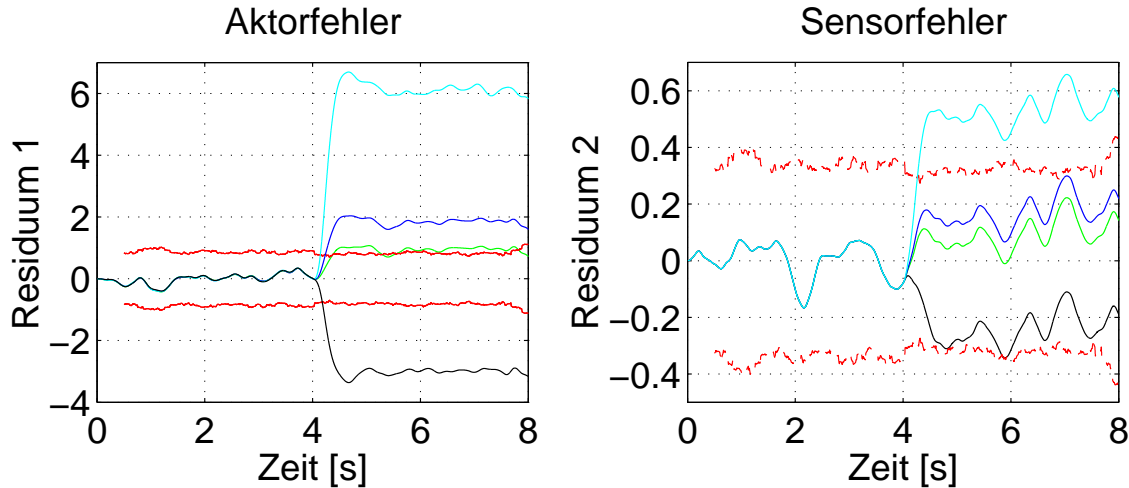


Abbildung 5.29: Variation der Fehleramplitude,  $\omega_{WU} = 6.28\text{ rad/s}$  - schwarz:  $-40\%$ ; grün:  $12\%$ ; blau:  $24\%$ ; hellblau:  $80\%$

Beide Residuen konvergieren zu Werten, die proportional zu den Fehlern sind. Das erste Residuum weist zwischen  $15\%$  und  $25\%$  Fehler auf, wobei dieser Fehler immer in Richtung einer Unterschätzung tendiert. Dies ist auf die Präsenz einer Unsicherheit über das Modell zurückzuführen, auf die ein Teil der Fehler beaufschlagt wird. Das zweite Residuum scheint auf den ersten Blick, die eingprägten Fehler genauer zu schätzen. Jedoch ist das Residuum deutlich empfindlicher auf die Störungen, so daß ein fester Wert schwer abzulesen ist. Das Filter mit der Eckfrequenz  $\omega_{WU} = 0.62\text{ rad/s}$  weist in einer gleichen Betrachtung ca.  $10\%$  Fehler auf, nachdem das Residuum eingeschwungen ist. Insgesamt bestätigen diese Ergebnisse die Fähigkeit, zuverlässige Fehleraussage zu treffen. Jedoch können diese Signale nur beschränkt Meßwerte ersetzen.

Abgeschlossen werden die Untersuchungen durch die Betrachtung weiterer Anregungen. Ähnlich zum fehlerfreien Fall ist eine Überprüfung der Leistungsfähigkeit der Filter bei Konfigurationen, für die die Fehlerschwelle nicht entwickelt worden ist, unabdingbar. Erst dann kann die Allgemeingültigkeit des Gesamtsystems beurteilt werden. Diese Untersuchung wurde mit den gleichen repräsentativen Anregungen wie für den fehlerfreien Fall im letzten Abschnitt durchgeführt. Die Tabelle 5.2 faßt die Ergebnisse zusammen. Da die globale Güte des einzelnen Filters interessant ist, werden diese in der Auswertung unterschieden. Dafür werden alle Anregungen zusammengefaßt. Weiterhin wird explizit eine Aussage über die Fehlerentdeckung getroffen und nicht das Residuum an sich betrachtet, weil das zweite Residuum auf beide Fehlerarten reagiert.

Die bisherigen Beobachtungen sind durch Tabelle 5.2 bestätigt:

	Aktorfehler [%]	Sensorfehler [%]
$\omega_{WU} = 0.62 \text{ rad/s}$	96.3	100
$\omega_{WU} = 6.2 \text{ rad/s}$	88.9	50
$\omega_{WU} = 95 \text{ rad/s}$	74	25
$\omega_{WU} = 750 \text{ rad/s}$	61.5	16

Tabelle 5.2: Rate der ausgelösten Alarime in Prozent

- Die Entdeckung der Aktorfehler ist wesentlich zuverlässiger. Hierfür können schnelle Filter eingesetzt werden.
- Die Sensorfehler sind durch die hohe Unsicherheit der Messung benachteiligt. Erst eine starke Tiefpaßfilterung kann gute Ergebnisse gewährleisten.
- Trotz bessere Dämpfung der Störungen weisen schnelle Filter generell schlechtere Ergebnisse auf. Dieses Verhalten ist analog zu dem des aus dem Entwurf gewonnenen Genauigkeitsfaktors  $\alpha$ . Die sehr schwache Übertragung der schnellen Filter, die positiv für die Dämpfung der Störung ist, führt aber gleichzeitig zu einer zu schwachen Empfindlichkeit auf die Fehler.

### Resümee:

Aus diesen Beobachtungen wird der notwendige Kompromiß zwischen Schnelligkeit und Genauigkeit bzw. Fehlerempfindlichkeit ersichtlich. Denkbar sind Filterbanken, die unterschiedlichen Fehlern gewidmet werden bzw. die sich unterstützen können:

- ein schnelles Filter zur Entdeckung großen abrupter Fehler
- ein langsames Filter zur Entdeckung kleiner Fehler und/oder zur Festigung der Ergebnisse des anderen Detektionsfilters.

Außerdem ist das Verhalten jedes Residuums grundsätzlich unterschiedlich. Das erste weist gute Robustheitseigenschaften auf, insofern als es sehr unempfindlich auf eine Erhöhung des Sensorfehlers reagiert. Im Gegensatz dazu ist die Entkopplung des Aktorfehlers vom zweiten Residuum nicht möglich. Zusätzlich ist es empfindlich auf die Amplitude dieses Fehlers. Nur wenn die Empfindlichkeit des Residuums zurückgeht, wird eine fälschliche Alarmauslösung vermieden. Der Grund für diese schlechte Eigenschaft liegt in der hohen Unsicherheit im Hub. Schließlich wird deutlich, daß die alleinige Beurteilung des fehlerfreien Verhaltens nicht ausreicht. Die Güte der Schätzung der Fehleramplitude nimmt deutlich ab, wenn die Dynamik

des Filters steigt. Das gute fehlerfreie Verhalten beruht deshalb eher darauf, daß das Filter mit hoher Eckfrequenz eine kleine Verstärkung besitzt. Bei dem Entwurf kann die geforderte Präzision der Fehlerschätzung nicht mehr eingehalten werden.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dem Entwurf robuster, beobachtergestützter Fehlerdetektionsfilter für einen modernen Luftfahrtaktuator. Dem Schlüsselwort Robustheit wurde eine primäre Bedeutung beigemessen, weil es die Kernanforderung der diese Arbeit motivierenden, zukünftig angestrebten Anwendung der Fehlererkennung und -diagnose darstellt. Im Gegensatz zu einer Prüfstands Umgebung herrschen in der Luft sehr variable Arbeitsbedingungen. Diese prägen sich durch Veränderungen des Systemverhaltens aus, die jeden Fehlererkennungsalgorithmus verkomplizieren und die Detektion erschweren, weil solche Variationen zeitlich verfolgt und für eine Fehlerrausage interpretiert werden müssen. Dies erzwingt einen zusätzlichen Forschungsaufwand verglichen mit den aktuellen, auf den Einsatz am Prüfstand beschränkten Ansätzen, die eine noch zu hohe Kenntnis der Umgebungseinflüsse verlangen. Zu diesem grundsätzlichen Problem kommt noch die wichtige Voraussetzung hinzu, daß die Stellaktivität des Aktuators durch die geflogenen Manöver vorgegeben ist. Eine erste Folge ist die Einschränkung der meßbaren Informationen, die lediglich durch eine effiziente Ausnutzung des theoretischen Wissens über den Prozeß ausgeglichen werden kann. Darüber hinaus muß der Algorithmus im Hinblick auf seine Stabilität unabhängig der Anregung sein. Aus diesem Grund sind die mit der Parameterschätzung verwandten Methode nicht anwendbar, obwohl sie entschieden von Vorteil wären, um Prozeßfehler zu entdecken. Demzufolge stellt sich für die wegen ihrer Stabilität ausgewählte beobachtergestützte Methode, neben dem Streben nach Robustheit, die Frage nach der erreichbaren Diagnosetiefe.

Zum Entwurf der Detektionsfilter wird die aus der robusten Regelung bekannte  $\mu$ -Methode herangezogen. Dieser Ansatz ermöglicht die Definition der Entwurfsziele Stabilität sowie Performance für eine ganze Modellschar. Der strukturierte Singulärwert  $\mu$  erlaubt die Berücksichtigung der Strukturinformation, sowohl in den Modellunsicherheiten, als auch in der Definition der Anforderungen, was konservative Ergebnisse vermeidet oder einschränkt. Durch die Vorgabe von Übertragungsfunktionen des mit dem Detektionsfilter geschlossenen Kreises im Sinne eines *loop shaping* werden die Anforderungen an das Filter definiert. In dieser Arbeit werden die Grundzüge der Theorie zur  $\mu$ -Methode dargestellt. Nach einer Erläuterung der Motivation für den Einsatz dieser Methode werden zentrale Begriffe und anschließend die Instrumente zur Darstellung der Modellunsicherheiten eingeführt. Schließlich werden den Performanceanforderungen und den Kriterien zur Robustheitsanalyse und Filtersynthese große Aufmerksamkeit gewidmet. An dieser Stelle wird gezeigt, wie die Aufgabe eines Detektionsfilter für interne und externe Fehler in dem ursprünglich zum Reglerentwurf entwickelten Methodenrahmen integriert werden kann.

Der elektrohydraulische Aktuator, der für die Untersuchungen betrachtet wurde,

unterliegt hohen Sicherheitsanforderungen, die ihn zu einer relevanten Applikationsgegenstand machen. In dieser Arbeit wurde das Augenmerk auf das *Direct Drive Ventil* und seinen elektrischen Antrieb gerichtet, welche die präzisen und hochdynamischen Stufen des Gesamtgerätes darstellen. Das vorgestellte nichtlineare Modell wird in den weiteren Kapiteln zu zwei Zwecken verwendet. Zum einen beruht die Ermittlung der Modellschar auf dieser genauen physikalischen Abbildung des Systems. Im den grundlegenden Untersuchungen gewidmeten Kapitel 4 wird außerdem das nichtlineare Modell in Form einer Simulation als Referenz betrachtet.

Die Entwurfsmethode erfordert eine Linearisierung dieses physikalischen Modells. Die internen Fehler, die die Bauelemente des Stellgliedes betreffen, können im linearen Modell nicht einfach abgebildet werden. Kapitel 4 widmet sich der Integration dieser Fehlerart in die Entwurfsumgebung, indem verschiedene Systemstrukturen und Fehlerdarstellungsformen im Hinblick auf Fehlererkennbarkeit und Robustheit analysiert werden. Die Ausgangssituation, die durch die Fehler- und Unsicherheitsmodelle, durch die Definition der Performanceanforderung und durch die Simulationsumgebung gekennzeichnet ist, haben alle Konfigurationen gemeinsam, weshalb sie zunächst ausführlich beschrieben wird.

Mit den Meßsignalen als Eingang und den geschätzten Fehlern als Ausgang wird das Fehlerdetektionsfilter zuerst als offener Kreis dargestellt. Sukzessive werden die Fehlerdarstellungsform, sowie die Unsicherheitsstruktur variiert, so daß vergleichende Erkenntnisse aus dem Entwurf und den anschließenden Simulationen gewonnen werden. Zum einen wird hier das Spannungsfeld zwischen Fehler und Unsicherheit deutlich. Zum anderen erschwert die Abwesenheit einer Rückführung die gezielte Beeinflussung der Genauigkeit des Detektionsfilters.

Die Einführung einer Rückführung verleiht dem Detektionsfilter die Struktur eines Beobachters. In einem ersten Schritt dient, neben der Anregung des Beobachtersmodells, ein zusätzlicher Ausgang der Filterverstärkung als Fehlermerkmal. Es gelingt, Genauigkeit und Robustheit für die Schätzung der Meßwerten zu belegen. Dies zeigt die Anwendbarkeit der Methode zum Entwurf eines Zustandsbeobachters. Jedoch bleiben die Ergebnisse der Fehlerdetektion im wesentlichen unverändert, was auf die offene Kreisstruktur des Fehlerdetektionspfades zurückgeführt wird. Dieses Ergebnis wird mathematisch nachvollzogen.

Schließlich wird der Pfad der Fehlerdetektion in den geschlossenen Beobachterkreis integriert. Für diese Konfiguration bildet die Abweichung zwischen Meß- und Schätzwerte direkt das fehlerrepräsentative Signal. Aus dem zu den Modellunsicherheiten ähnlichen Einfluß der internen Fehler entspringt auch hier ein Konflikt zwischen Robustheit und Genauigkeit.

Kernaussage der Untersuchung bezüglich interner Fehler ist die grundlegende Gegensätzlichkeit der doppelten Forderung nach Robustheit und Empfindlichkeit des



Detektionsfilters. Es wurde gezeigt, daß die Ideen zur Darstellung der internen Fehler anwendbar sind. Die Methode scheitert jedoch, wie ein nichtlineares Identifikationsverfahren auch, wenn die Moden der Modellunsicherheiten mit denen der Fehler kollidieren. Dies ist das Merkmal der internen parametrischen Fehler.

Kapitel 5 wird der Detektion additiver Fehler gewidmet. Diese betreffen die Aktoren und Sensoren, die die Schnittstellen zum Prozeß bilden. Die Linearisierung des Modells und die Definition der Unsicherheiten werden auf den elektrischen Antrieb erweitert. Es werden die Bedingungen über die Spezifikation der Anforderung diskutiert, die eine Trennung der beiden Fehlerarten ermöglichen. Während der Synthese wird die Anforderung für zwölf Eckfrequenzen der für das *loop shaping* eingesetzten Wunschübertragungsfunktion so skaliert, daß die Anforderung für die gesamte Modellschar eingehalten werden. Die Analyse der entworfenen Detektionsfilter erfolgt anhand von Prüfstandsmessungen. Zuerst wird eine Genauigkeitsbetrachtung im fehlerfreien Fall durchgeführt. Es wird eine adaptive Fehlerschwelle pro Fehlerart entworfen, die auf der tatsächlichen Systemanregung basiert. Die Empfindlichkeit auf Fehler wird mit Hilfe der Fehlerschwelle beurteilt. Aktor- und Sensorfehler, deren Betrag zwischen 12 und 96 % des Grundwertes des Signals variiert, werden dem System beaufschlagt und durch vier Detektionsfilter ausgewertet. Die Sensorfehler, die erst nach dem Prozeß das System beeinflussen, können besser erkannt werden als die Aktorfehler, deren Auswirkung schon durch den unsicheren Prozeß gefiltert wird. Es kann ein erwarteter Kompromiß zwischen Schnelligkeit und Empfindlichkeit bzw. Genauigkeit verzeichnet werden. Schließlich wird ein robustes Verhalten für das Detektionsfilter nachgewiesen.

Die grundlegende Untersuchung der Methode hat gezeigt, daß sie zum Entwurf robuster Filter eingesetzt werden kann. Durch eine neue Interpretation der Unsicherheiten konnten ebenfalls interne Fehler in die Entwurfsmethodik eingebettet werden. Die Leistungsfähigkeit der entworfenen Filter wird durch das Zusammenspiel zwischen analytischem Wissen, Unsicherheit und Fehler abgegrenzt. Die festgestellten Grenzen der Fehlerdetektierbarkeit sind dabei dem betrachteten System zuzuschreiben und nicht dem Entwurfsverfahren. Dieser Gesichtspunkt weist das zukünftige Vorgehen mit diesem Ansatz auf. Zum einen ergänzt er die Verfahren, die auf Identifikationsverfahren beruhen. Zum anderen bietet er eine leistungsfähige Methodik, um lineare Fehlerresiduen zu entwerfen. Demzufolge stellt er ein einheitliches Werkzeug dar, um die Fehlererkennung und -diagnose unter *in-flight*-Bedingungen zu betreiben. In Anbetracht der Robustheitsproblematik wird diese Entwicklung jedoch nicht allein durch die methodische Optimierung bewältigt. Zwar zeigen Weiterentwicklungen, wie der Einsatz lokaler Linearisierungsmethoden, z.B. durch die Verringerung der Modellfehler, ein gewisses Verbesserungspotential. Jedoch sollten die Ziele der Fehlererkennung, insbesondere was die internen Fehler betrifft, mit den erwarteten Modellunsicherheiten abgestimmt werden. Mit Hilfe dieser Analyse der

Unsicherheiten während des Betriebs werden effiziente Detektionsfilter entworfen, die u.a. auf diesen methodischen Ansatz beruhen.

# Anhang

## Unsicherheitsmodelle - Kapitel 4

Nichtlineare Parameter

$$\begin{aligned}
 c &= 6.5 \cdot 10^5 [N/m] \\
 c_{pmag,1} &= 3.2724 \cdot 10^5 [N/m] \\
 c_{pmag,3} &= 8.2516 \cdot 10^1 [N/m] \\
 c_{Str,1} &= 2.9796 \cdot 10^5 [N/m] \\
 c_{Str,3} &= 2.9045 \cdot 10^1 [N/m] \\
 d &= 100 [Ns/m] \\
 d_{Hyd} &= 4 \cdot 10^{-3} [Ns/m] \\
 F_R &= 12.5 [N]
 \end{aligned}$$

Parametrisches Modell

$$\begin{aligned}
 m_S &= m_{DDV} + m_{Motor} = 0.340 [kg] \\
 c_{Wc} &= 5.02 \cdot 10^5 [kg/s^2] \\
 d_{Wd} &= 1260 [kg/s] \\
 W_c &= 1.19 \cdot 10^5 [kg/s^2] \\
 W_d &= 713 [kg/s]
 \end{aligned}$$

Dynamisches Modell

$$\begin{aligned}
 m_{Wdd} &= 0.340 [kg] \\
 c_{Wdd} &= 5.513 \cdot 10^5 [kg/s^2] \\
 d_{Wdd} &= 667 [kg/s]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{dd}(s) &= \frac{4.72 \cdot 10^{-8} s^6 + 4.28 \cdot 10^{-5} s^5 + 2.97 \cdot 10^{-2} s^4 + \dots}{s^6 + 3.03 \cdot 10^2 s^5 + 1.80 \cdot 10^5 s^4 + \dots} \\
 &\quad \frac{7.31 s^3 + 1.99 \cdot 10^{-8} s^2 + 1.21 \cdot 10^5 s + 6.40 \cdot 10^6}{2.92 \cdot 10^7 s^3 + 6.67 \cdot 10^9 s^2 + 4.17 \cdot 10^{11} s + 3.53 \cdot 10^{13}}
 \end{aligned}$$

## Lineares DDV-Modell und Unsicherheitsmodell - Kapitel 5

Zustandsraumdarstellung:

$$(0.1) \quad \begin{bmatrix} \Psi_h \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(a_\Psi + \frac{k_v \cdot c_\Psi}{1+d_\Psi}) & 0 & -4 \cdot \frac{1}{1+d_\Psi} \cdot k_{ind} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_F}{m_s} & -\frac{c_{DDV}}{m_s} & -\frac{d_{DDV}}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_h \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} 4 \cdot \frac{1}{1+d_\Psi} \cdot k_v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i$$

$$(0.2) \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_h \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

Parameter:

$$\begin{aligned} a_\Psi &= 10[s^{-1}] \\ c_\Psi &= 0.667[H^{-1}] \\ d_\Psi &= 9.8 \cdot 10^{-3}[A/V] \\ k_{ind} &= 5 \cdot 10^{-3}[Vs/mm] \\ k_{mag} &= 203[N/Vs] \\ k_v &= 714.3[V/V] \cdot [V/A] \\ c_{DDV} &= 900[N/m] \\ d_{DDV} &= 0.25[Ns/m] \end{aligned}$$

Übertragungsfunktion der Unsicherheitsmodelle

$$W_{ddv}(s) = \frac{9.074 \cdot 10^{-1}s^4 + 7.172 \cdot 10^2s^3 + 7.646 \cdot 10^4s^2 + 7.618 \cdot 10^6s + 4.390 \cdot 10^8}{s^4 + 1.114 \cdot 10^3s^3 + 1.851 \cdot 10^5s^2 + 1.474 \cdot 10^7s + 1.280 \cdot 10^9}$$

$$\begin{aligned} W_{mot}(s) &= \frac{8.695 \cdot 10^{-1}s^5 + 3.809 \cdot 10^2s^4 + 9.303 \cdot 10^3s^3 + \dots}{s^5 + 7.757 \cdot 10^2s^4 + 1.089 \cdot 10^5s^3 + \dots} \\ &\dots \frac{2.352 \cdot 10^5s^2 + 1.683 \cdot 10^6s + 1.011 \cdot 10^7}{7.267 \cdot 10^6s^2 + 2.185 \cdot 10^8s + 4.942 \cdot 10^9} \end{aligned}$$

## Literatur

- [App91] B. D. Appleby. *Robust Estimator Design using the  $H_{\infty}$  Norm and  $\mu$ -Synthesis*. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1991.
- [Bea71] R. Beard. *Failure accomodation in linear systems through self-reorganization*. Report mvt-71-1, man vehicle laboratory, Massachusetts Institute of Technology, 1971.
- [BN99] M. Basseville and I. V. Nikiforov. *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*. Prentice Hall, 1999.
- [Chr96] U. Christen. *Engineering Aspects of  $H_{\infty}$  Control*. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1996.
- [CIKS02] P-Y. Crepin, H. Imsieke, R. Kress, and M. Schreiber. *Aktuator Diagnosesystem*. Abschlußbericht, 2002.
- [Din92] X. Ding. *Frequenzbereichsverfahren zur beobachtergestützten Fehlererkennung*. Dissertation, Universität - Gesamthochschule - Duisburg, 1992.
- [Doy82] J. C. Doyle. Analysis of feedback systems with structured uncertainties. In *IEE Proceedings*, volume 129, part D, 1982.
- [Doy85] J. C. Doyle. Structured uncertainty in control system design. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1985.
- [DPZ91] J. C. Doyle, A. Packard, and K. Zhou. Review of LFTs, LMIs, and  $\mu$ . In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1991.
- [DS81] J. C. Doyle and G. Stein. Multivariable feedback design: Concepts for a classical / modern synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26:4–16, 1981.
- [DWS82] J. C. Doyle, J. E. Wall, and G. Stein. Performance and robustness analysis for structured uncertainty. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1982.
- [Eic99] J. Eich. *Fehlertoleranz durch Robuste Regelung am Beispiel eines redundanten elektrohydraulischen Stellantriebs*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1999.
- [FN99] E. Frisk and L. Nielsen. Robust residual generation for diagnosis including a reference model for residual behavior. *IFAC, Proceedings of the 14th Triennial World Congress*, 1999.

- [FTD91] M. K. H. Fan, A. L. Tits, and J. C. Doyle. Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodelled dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36:25–38, 1991.
- [GL95] M. Green and D. J. N. Limebeer. *Linear Robust Control*. Prentice Hall, 1995.
- [HC97] J-P. Hautier and J-P. Caron. *Commande des processus - Tome 2*. ellipses, 1997.
- [Hei96] U. Heintl. Untersuchungen zur Konservativität von Fehlermodellen in Reglerentwürfen mittels  $\mu$ -Synthese. Studienarbeit, Technische Universität Darmstadt, 1996.
- [Ise93] R. Isermann. *Identifikation dynamischer Systeme 1*. Springer Verlag, 1993.
- [Ise94] R. Isermann. *Überwachung und Fehlerdiagnose: Moderne Methoden und ihre Anwendungen bei technischen Systemen*. VDI Verlag, 1994.
- [Jon71] R. Jones. *Failure detection in linear systems*. Ph.d.thesis, department of aero/astro eng., Massachusetts Institute of Technology, 1971.
- [KKvL00] R. Kreß, W. Kubbat, and V. van Lier. Neue Konzepte für elektrohydraulische Aktuatoren der primären Flugsteuerung. *thema forschung* 1/2000, 2000.
- [KL80] V. C. Klema and A. J. Laub. The singular value decomposition: Its computation and some applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25:164–176, 1980.
- [Kli95] U. Klingauf. *Untersuchung der Systemdynamik eines fehlertoleranten elektrohydraulischen Stellantriebs mit Direct-Drive-Ventil (DDV)*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1995.
- [Kre02] R. Kress. *Robuste Fehlediagnoseverfahren zur Wartung und Diagnose elektrohydraulischer Aktuatoren*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2002.
- [KSSFG94] B. Köppen-Seliger, Th. Sprösser, P. M. Frank, and G. L. Gissinger. Comparison of fdi-methods at the inverted pendulum. *Proceedings of the IFAC Conference SAFEPROCESS'94*, 1994.
- [KZ98] J. C. Doyle K. Zhou. *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, 1998.
- [Man99] R. S. Mangoubi. *Robust estimation and failure detection*. Springer, 1999.

- [Max85] J. Max. *Traitement du signal et applications aux mesures physiques - Tome 1*. Masson, 1985.
- [Mer67] H. E. Merrit. *Hydraulic Control Systems*. John Wiley and Sons, 1967.
- [MG89] D. C. McFarlane and K. Glover. *Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions*. Springer, 1989.
- [Mor96] J. C. Morris. *Experimental Control and Model Validation: A Helicopter Case Study*. Dissertation, California Institute of Technology, 1996.
- [Mur98] H. Murrenhoff. *Servohydraulik*, Skriptum zur Vorlesung. RWTH Aachen, IFAS, 1998.
- [NS97] H. H. Niemann and J. Stoustrup. Robust fault detection in open loop vs. closed loop. In *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control - San Diego, California*, 1997.
- [Oeh01] R. Oehler. *Erweiterte Fehlererkennung und Diagnose für einen redundanten elektrohydraulischen Stellantrieb*. Unveröffentlichtes Manuskript, Technische Universität Darmstadt, 2001.
- [Osd99] S. Osder. Practical view of redundancy management application and theory. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1999.
- [Rai94] J. Raisch. *Mehrgrößenregelung im Frequenzbereich*. Oldenbourg, 1994.
- [RJPS94] J. Chen R. J. Patton and T. M. Siew. Fault diagnosis in nonlinear dynamic systems via neural networks. In *Proceedings of the IEEE Int. Conference: Control' 94*, 1994.
- [Sat01] B. Sattler. *Entwurf eines robusten, filterintegrierten Aktuatorreglers zur Erhöhung der Stabilitätsreserve bei der Dämpfung von Strukturschwingungen*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2001.
- [Sch99] A. Schönhoff. *Ein Beitrag zur Verbesserung der Ausfallsicherheit quadruplex redundanter Systeme am Beispiel eines elektrohydraulischen Aktuators zur primären Flugsteuerung*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1999.
- [SSSN99] A. Saberi, A. Stoorvogel, P. Sannuti, and H. Niemann. Fundamental problems in fault detection and identification. *Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control*, 1999.
- [STCN95] J. Stoustrup S. Tøffner-Clausen, P. Andersen and H. H. Niemann. A new approach to  $\mu$ -synthesis for mixed perturbation sets. In *Proceedings of the European Control Conference*, 1995.

- 
- [Str80] G. Strang. *Linear Algebra and Its Applications*. Academic Press, 1980.
- [Wie97] F. Wienand. *Robuste Regelung nichtlinearer Prozesse nach der  $\mu$ -Analyse und -Synthese*. Dissertation, Technische Hochschule Aachen, 1997.
- [You93] P. M. Young. *Robustness with Parametric and Dynamic Uncertainty*. Dissertation, California Institute of Technology, 1993.
- [Zam66] G. Zames. On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems. Part I. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11:228–238, 1966.
- [ZDG95] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, 1995.



## Lebenslauf

Name	Pierre-Yves Crepin
Geburtsdatum/-ort	04.04.1973 in Lyon (Frankreich)
1979 - 1984	Grundschule in Lyon
1984 - 1991	Lycée Jean Moulin, Lyon
Sept. 1991 - Juli. 1993	Vorbereitungsklasse zu den Wettbewerbsprüfungen für die französischen Ingenieurhochschulen, Lycée du Parc, Lyon
Sept. 1993 - Sept. 1997	Doppelstudium an der Ecole Centrale de Lyon und an der Technische Universität Darmstadt (TUD), Fachrichtung Maschinenbau
Okt. 1997 - März 2002	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Flugmechanik und Regelungstechnik der TUD
Seit Juli 2002	Funktionsentwickler bei der Robert Bosch GmbH, Schwieberdingen

Stuttgart, den 12. Januar 2003